

## GEOMETRIA FRACTAL DE ROCHAS ORNAMENTAIS BRASILEIRASQUARTZITOS – AZUL BOQUIRA E AZUL MACAÚBAS

Roberto Rodrigues Coelho

Núcleo de Modelagem Molecular do CETEM  
Avenida Ipê, No 900 - Cidade Universitária, 21941-590, Rio de Janeiro RJ  
E-mail: coelho@cetem.gov.br

### RESUMO

Rochas Ornamentais Brasileiras, em particular os quartzitos Azul Boquira (RAB) e Azul Macaúbas, (RAM) foram estudadas considerando as propriedades de seus polifractais e de intensidade de pixels das imagens de suas superfícies. Assim, utilizando a Metodologia da Caixa de Contagem (Box Counting) e aplicando a técnica "Trhesholding" para a série Preto + Petro/Branco (B+BW), foi calculado o histograma da Dimensão Fractal (DF) para cada superfície multifractal. A Dimensão Fractal de valor mais elevado foi considerada como característica de cada Rocha. Assim, foi obtido o valor de DF = 1,04 para RAB e DF = 1,94 para RAM. Qualitativamente, foram destacados os gráficos HSB (hue, saturation, brightness), em intensidade de pixels, em cinza e em cor, para cada superfície das rochas consideradas.

### INTRODUÇÃO

A Geometria Fractal proposta por Mandenbrolt<sup>1</sup>, em muitos casos, é mais apropriada para a análise e representação de fenômenos naturais. Assim, as nuvens, as formações rochosas, a linha costeira, a estrutura de plantas são melhores descritos por fractais<sup>2</sup>. Fractais são estruturas geométricas que podem ser divididas em partes que reproduzem uma copia reduzida do todo, esta propriedade é denominada de auto-similaridade. Os fractais dispõem de dimensão própria, na maioria dos casos fracionária, em contraposição ao conceito de dimensão da Geometria Euclidiana caracterizada por números inteiros. A rigor: fractal é por definição um conjunto para o qual a dimensão de Hausdorff Besicovith excede a dimensão topológica<sup>3</sup>. Como exemplo de fractal temos a Curva de Kock<sup>4</sup>: Na Figura 1, partir de cada lado do triângulo A, se obtém a figura B, que por sua vez origina C e na sequencia D. Esta sequencia, a principio, é infinita. É fácil notar a auto - similaridade na medida que cada parte, por menor que seja de C ou D reproduz A. Por outro lado, quando o fractal é constituído por copias menores que, por sua vez, não mantêm fixas as proporções originais diz-se que são auto-afins.

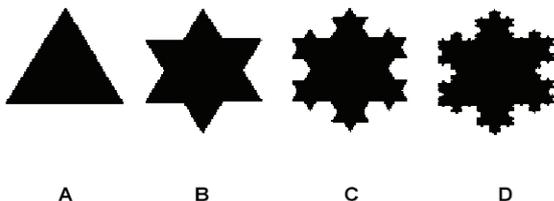


FIGURA 1: Triádica de Koch<sup>4</sup>

A Dimensão Fractal (DF)<sup>5,6,7</sup> pode ser expressa considerando a seguinte fórmula:  $DF = \frac{\log N}{\log k}$  (1) N representa o número de partes auto similares para reconstituição da curva fractal e k representa o escalonamento da figura original. Para figura 1, correspondente ao fractal da curva de Kock<sup>4</sup>, a dimensão fractal de acordo com a fórmula 1 é :  $DF = \frac{\log 4}{\log 3} = 1,2618$  (2) Na natureza, é comum a ocorrência de fractais auto - afins e de poli - fractais que vêm a ser um conjunto de fractais, com dimensões diferentes, acontecendo simultaneamente no objeto em estudo. Este é o caso da superfície das rochas ornamentais.

Existem vários métodos para aplicação da análise de fractais em superfícies em estudo, entre eles, de larga aplicação, é o algoritmo de Contagem de Caixas<sup>6,7</sup> (Box Counting algorithms). No caso de uma superfície plana, cobre-se o fractal com um número de quadrados de dimensão mínima, de modo que se pode determinar N e k, conforme a equação 1. A dimensão fractal calculada será tanto mais precisa quanto maior o número de quadrados na superfície em estudo. Na figura 2 é dado um exemplo, onde a superfície da RAB foi trabalhada de modo a expressar as cores preta e branca conforme pode se ver em (A). A seguir, considerando-se a série preto + branco /preto (B+BW), aplicou-se a Caixa de Contagem com malhas 10 (B) e 20 (C) podendo-se observar, pelos veios pretos, que há maior definição dos quadrados para a malha 10 do que para a malha 20.

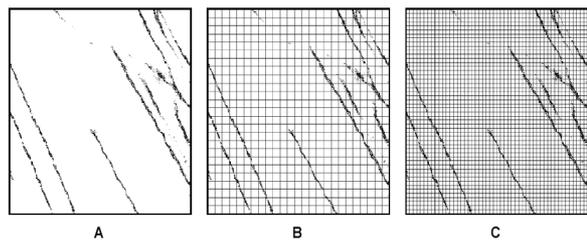


FIGURA 2 : A corresponde a superfície da rocha Boquira (RAB), destacando em preto os veios. B corresponde a mesma superfície submetida a Caixa de Contagem (Box Counting) com malha 10, apresentando 1.737 quadrados para a parte branca e 763 quadrados para a parte preta. C, com malha 20, corresponde a 438 quadrados para área branca e 187 para área preta e branca.

Para este trabalho são utilizadas imagens digitais. Nestas imagens cada célula (pixel) tem valores proporcionais a intensidade de luz para cada área considerada. O estudo tanto pode ser feito com imagens binárias ou com imagens em escala cinza cobrindo uma faixa de 0 a 255. As imagens coloridas podem ser trabalhadas, considerando os canais básicos vermelho, verde e azul, cujas combinações correspondem ao espectro de cores da superfície considerada. De um modo geral, os estudos, das imagens coloridas digitais, são feitos considerando cada canal básico de uma determinada cor trabalhada para uma escala de cinza correspondente.

As superfícies das rochas ornamentais geralmente são constituídas de distintas regiões, com características próprias, de modo que é necessária a análise da textura que permita a caracterização das mesmas cores para uma determinada combinação de bandas do espectro em correspondência a escala de cinza utilizada. Assim, a textura reflete a repetição de um mesmo padrão, que pode ser exato ou com pequenas variações, considerando o formato, a cor e articulação destes vários elementos entre si.

Na literatura constam trabalhos que utilizam a geometria fractal em diversas áreas de interesse com bons resultados. Assim, Johnston<sup>9</sup> propôs uma relação empírica, baseada em fractais, para a variação de sistemas de veios em formações geológicas. Teixeira da Silva<sup>10</sup> aplicou geometria fractal para estudar sistemas de veios de quartzo na serra de Ouro Preto, conseguindo caracterizar o fator desses veios, o que explicou os seus processos geradores e a inserção na evolução regional. Hippert<sup>11</sup> estudou a geometria fractal de veios de quartzo quanto aos seus aspectos geométricos e texturais com ocorrência no norte de Goiás, Brasil central. Souza Cruz<sup>12</sup>, estudou a superfície de filmes finos usados como eletrodos aplicando técnicas de dimensão fractal em microscopia de força atômica e voltametria cíclica. Osaka<sup>13</sup> desenvolveu um método para aperfeiçoar a utilização de caixa de contagem (Box Counting) na determinação de dimensão de atratores de dinâmica caótica de alta e baixa ordem.

Neste trabalho, foi desenvolvido um estudo preliminar utilizando geometria fractal, buscando analisar propriedades e determinar a dimensão fractal das imagens de superfícies de rochas ornamentais brasileiras. Assim, se utilizou, para o desenvolvimento do trabalho, duas rochas quartzitos: Azul Boquira (RAB) e Azul Macaúbas.(RAM)

## MATERIAIS E MÉTODOS

As imagens das superfícies das rochas em estudo foram obtidas a partir do CD Rom, Catálogo de Rochas Ornamentais do Brasil<sup>14</sup>. Foram estudadas as rochas Quartzito Azul Boquira e Quartzito Azul Macaúbas. Nas tabelas 1 e 2, constam as propriedades dessas rochas descritas no referido catálogo: As referidas rochas foram fotografadas através do scanner, modelo Astra 1200S, tipo : color flatbed, utilizando o método single-pass, 30 – bit color with bet, com elemento CCD, resolução de hardware de 600 dpi x 1200 dpi, resolução máxima interpolada de 9600 dpi x 9600 dpi, com o modo de scan de 30-

bit color\ 10-bit gray scale / 1 - bit halftone / 1- bit line art.

**Tabela 1: Propriedades Descritivas das Rochas Azul Boquira e Azul Macaúbas**

Propriedades	Rochas Ornamentais	
	Azul Boquira(RAB)	Azul Macaúbas(RAM)
Descrição Macroscópica	Quartzito azul claro, com pontuações brancas disseminadas, fino, homogêneo, levemente foliado, cortado por dois sets transversais de segregações milimétrica de dumortierita azul anil, que lhes dá aspecto listrado	Quartzito de cor geral azul claro, fino, foliado, bandado, com segregações descontinuas sigmoidais de cor azul mais forte, transversais à foliação
Classificação petrográfica	Dumortierita quartzito	Muscovita dumortierita quartzito
Descrição microscópica	85% de quartzo; 7% de muscovita; 5% de dumortierita e 3% de cianita.	78% de quartzo; 12% de dumortierita e 10% de muscovita

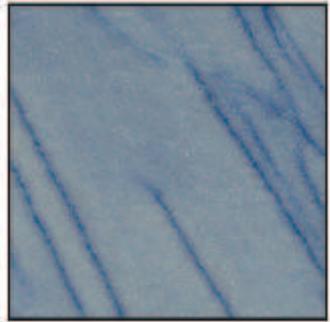
**Tabela 2: Caracterização Tecnológica das Rochas Azul Boquira e Azul Macaúbas**

Propriedades	Rochas Ornamentais	
	Azul Boquira(RAB)	Azul Macaúbas(RAM)
Caracterização Tecnológica		
Densidade Kg/m <sup>3</sup>	2683	2683
Absorção/água %	0,11	0,11
Desgaste Amstler, mm	0,54	0,54
Dilatação térmica linear 10 <sup>-3</sup> mm/m °C	14,60. 10 <sup>-3</sup>	14,60. 10 <sup>-3</sup>
Porosidade; %	0,30	0,30
Compressão Simples. MPa	210,20	210,20
Flexão; Mpa	20,39	20,39
Compressão após gelo /degelo; MPa	212,90	212,90
Resistência ao impacto; m	0,81	0,81

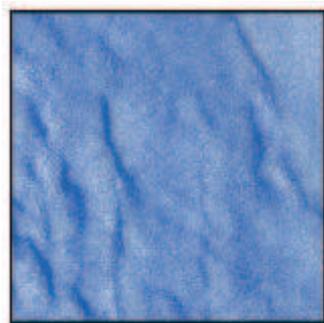
Para o estudo da Geometria Fractal das imagens dessas rochas, utilizou-se o programa Harmonic and Fractal Image Analyser – HarFa<sup>15</sup>. Este programa permite estudar o seguinte: Análise Harmônicas, utilizando algoritmo Cooley- Tukey por Transformada de Fourier Discreta. Esta metodologia pode ser trabalhada como MTF (Magnitude Transfer Function), PTF (Phase Transfer Function) e as partes Real e Imaginária do Espectro Fourier. Análise Fractal , que permite a determinação da Dimensão Fractal e Medidas de Fractais das imagens em estudo, utilizando Caixa de contagem (Box Counting). Para

isto foi utilizada a técnica “Tresholding”<sup>7</sup> que transforma as imagens coloridas em objetos preto e branco de diferentes matizes.

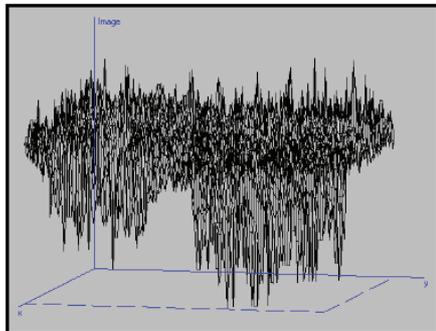
**APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO**



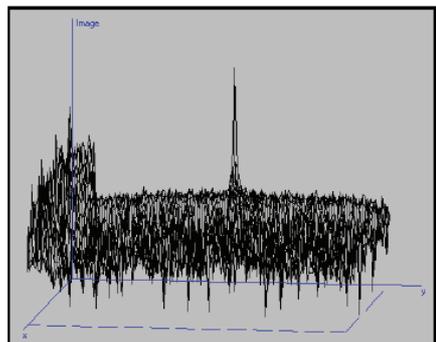
**FIGURA 3: Rocha Azul Boquira (RAB)**



**FIGURA 4: Rocha Azul Macaúbas (RAM)**



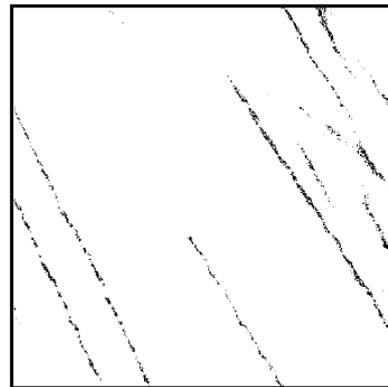
**FIGURA 5: Gráfico 3 D de RAB**



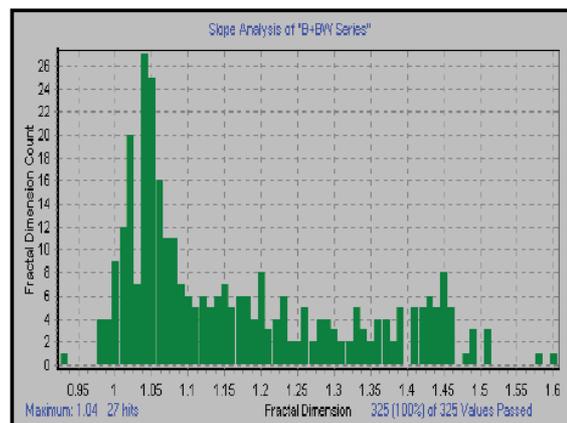
**FIGURA 6: Gráfico 3D de RAM**

As figuras 3 e 4 referem-se às imagens, em tamanho reduzido, da Rocha Azul Boquira e Azul Macaúbas respectivamente, tal como são disponíveis no Catálogo de Rochas Ornamentais.

Na figura 5 e 6 são dados gráficos qualitativos em cinza, correspondentes as imagens de RAB e RAM respectivamente. Nestes gráficos tridimensionais, o plano X Y corresponde ao das imagens 2 D das figuras 3 e 4. A terceira coordenada corresponde a intensidade do pixel para cada ponto considerado da superfície<sup>8</sup>. Estes gráficos foram construídos a partir de uma área, retângulo, escolhida no centro das figuras 3 ou 4, com 256 x 256 pixels, processada por HSB (hue, saturation, brightness), usando MTF (Magnitude Transfer Function), calculada como função logarítmica dos espectro de Fourier, própria para melhor resolução. Estas figuras 5 e 6, permitem, na escala de cinza observar a intensidade de pixels de modo a pressupor um padrão para rocha em estudo. Entretanto, chamamos a atenção que, como é possível obter diversas imagens, numa mesma rocha, de acordo com o perfil considerado e analisado é evidente que, para cada caso, a distribuição tridimensional será diferenciada.



**Figura 7: Trhesholding da Rocha RAB, calculado em RGB, B+BW**



**Figura 8: Análise da Dimensão Fractal da Figura 7**

Para a determinação da dimensão fractal de RAB e RAM foi utilizado o algoritmo da Caixa de Contagem (Box Counting), utilizando o fator de malha 10, conforme foi mostrado no item B da Figura 2, considerando a escala de cinza com a aplicação do processo "Thresholding" disponível no Programa HarFa, que permite a binarização das imagens com níveis de cinza. Assim, Thresholding é um tipo de segmentação que separa os pixels com características semelhantes. Para isto as superfícies das rochas foram estudadas considerando, apenas, o espaço matemático de cor RGB (Red, Green and Blue). As superfícies das rochas em estudo são constituídas de polifractais, por esse motivo, neste estudo, na análise de fractais, será considerada como dimensão fractal o valor de mais alta frequência resultante da análise da série "preto + branco/preto" (B+BW series) do espectro, conforme recomendado por Nezaad16. O motivo da escolha da série, deve-se ao fato de que, com a aplicação do Thresholding, para a rocha RAB, na análise da caixa de contagem, em escala de cinza, os sets transversais de segregação milimétrica de dumortierita azul anil, apresentam-se na cor preta. Para a rocha RAM as segregações descontinuas sigmoidais de cor azul, mais fortes, transversais a foliação, também, pela mesma razão, se apresentam na cor preta.

Na figura 7, observa-se a superfície da rocha RAB, na escala de cinza, após a aplicação do cálculo do thresholding, usando-se o espaço de cor RGB, destacando-se para o cálculo da Caixa de Contagem a série preto + preto/branco (B+BW). Por outro lado, na figura 8, é dada a análise da Dimensão Fractal da superfície considerada na Figura 7. Indicando, na distribuição estatística a dimensão 1,04 de maior valor entre os fractais que constituem a superfície polifracal considerada16. Este valor é tomado como a Dimensão Fractal da superfície analisada.

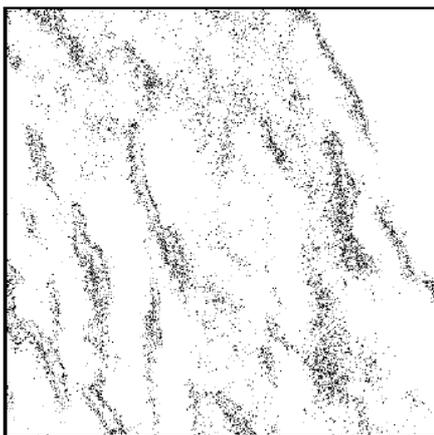


Figura 9 : Trhesholding da Rocha RAM, calculado em RGB, B+BW

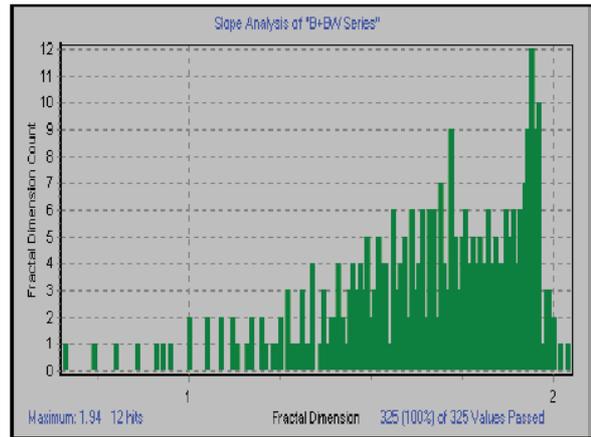


Figura 10:Análise da Dimensão Fractal da Fig. 9

A superfície da Rocha RAM, sofreu o mesmo tratamento descrito para rocha RAB, como consequencia a sua Dimensão Fractal máxima deu como resultado o valor de 1.94. Os valores calculados, da Dimensão Fractal, apresentam-se para RAB mais próximos da forma linear dos veios da rocha, enquanto para RAM o referido valor aproxima-se do modo planar, devido sua forma sigmoidal. Na Tabela 3 é descrito numericamente, de acordo com a intensidade, para cada rocha estudada, o conjunto de dimensões fractais que constituem os polifractais da imagem das superfícies estudadas. Observe-se que, na tabela 3, para RAB a DF varia de 0,9 a 1,6, tendo como o valor da mais alta intensidade o DF de 1,4, conforme o gráfico da Figura 8. Já para a rocha RAM a variação de DF vai de 0,89 até 2,01, com a mais alta intensidade em 1,94, conforme o gráfico da Figura 10.

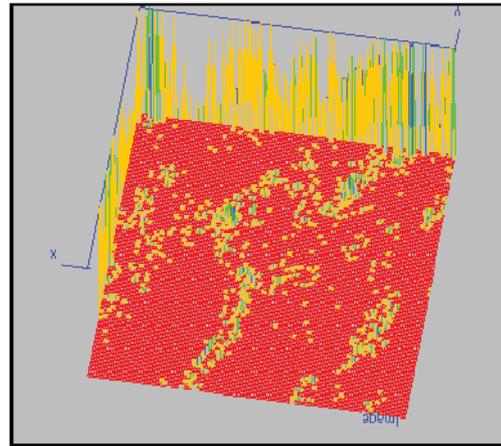
Tabela 3: Relação entre a Intensidade de Dimensão Fractal – IDF e Dimensão Fractal - DF conforme Espectros representados nas Figuras 8 e 10

ROCHA	AZUL BOQUIRA – RAB								
IDF	3,14	95,00	64,53	47,00	30,40	45,26	12,99	2,24	
DF	0,9	1,04	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	
ROCHA	AZUL MACAÚBAS- RAM								
DFI	1,51	3,32	13,28	19,32	38,04	48,30	48,00	64,30	26,87
DF	0,89	1,1	1,3	1,4	1,6	1,70	1,80	1,94	2,01

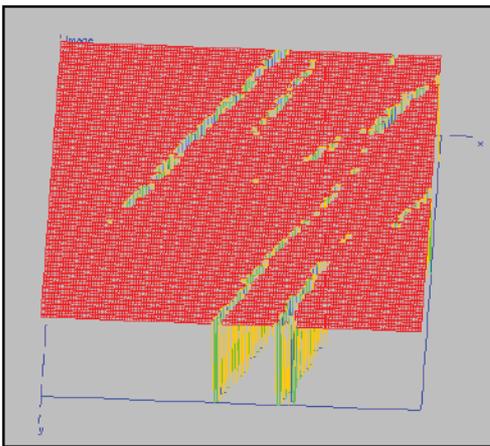
IDF: Intensidade de Dimensão Fractal

DF : Dimensão Fractal

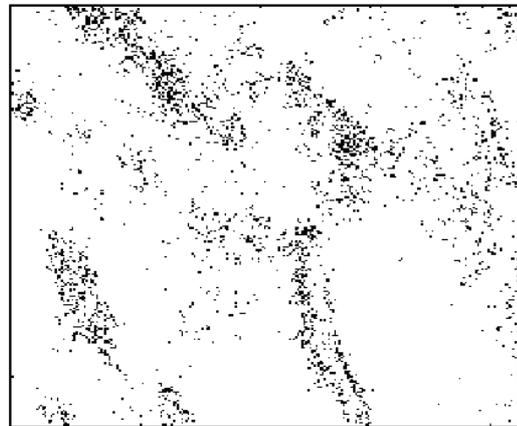
As figuras 5 e 6 traduziram, na escala de cinza, as intensidades de 256 x 256 pixels para as imagens das superfícies das rochas RAB e RAM consideradas nas Figuras 3 e 4 respectivamente. A Figura 11 representa, um gráfico tridimensional, aplicando RGB (Red, Green and Blue), usando MTF (Magnitude Transfer Function) e função logarítmica do espectro de Fourier, com cor, no qual o eixo dos Z (imagem) traduz a intensidade dos pixels referente à parte superior a direita da Figura 7. O mesmo cálculo, feito para a rocha RAM, produziu o gráfico da Figura 13 que vem a ser a imagem tridimensional, especular, em 256 x 256 pixels, da figura 14. Assim, pode-se observar nas imagens, tanto na Figura 11 como na Figura 13, o detalhamento dos polifractais analisados referentes aos sets transversais conforme é visto na Figura 12 e a as manchas sigmoidais constantes da Figura 14.



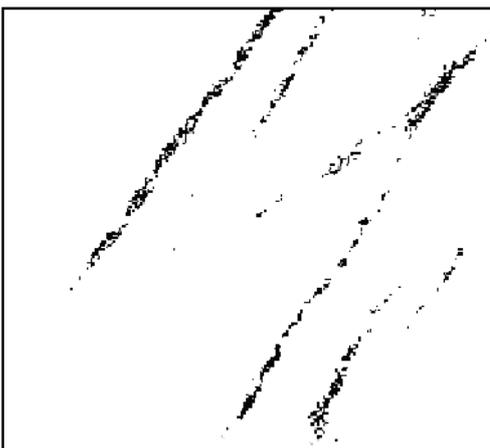
**Figura 13: Imagem especular 3 D, em Intensidade de pixels, da Figura 14**



**Figura 11: Imagem 3 D da Rocha RAB em intensidade de pixels**



**Figura 14: Canto superior esquerdo da Figura 9**



**Figura 12: Canto superior direito da Figura 7**

## CONCLUSÃO

A partir das imagens das rochas Azul Boquira RAB e Azul Macaúbas RAM, aplicando técnicas de análise de polifractais, no espaço matemático RGB (Red, Green and Blue), aplicando a técnica Tresholding para o cálculo do espectro de polifractais, obteve-se para a primeira o valor de DF: 1,04 e para a segunda o DF: 1,94.

Através da análise harmônica via Transformada de Fourier, foi possível destacar imagens de RAB e RAM referentes as intensidades em pixels das imagens estudadas.

A Geometria Fractal revelou-se uma área promissora para a análise fractal das superfícies das rochas ornamentais. Tendo como possível aplicação a análise de padrões e, a partir da análise fractal das respectivas superfícies, caminhar para um tipo de classificação das rochas ornamentais.

## Agradecimento

Este trabalho é dedicado a memória do Dr. Gildo de A. Sá Cavalcanti de Albuquerque que nos incentivou a realiza-lo.

Agradeço ao Dr. Antonio Rodrigues Campos, pelo acesso ao CD ROM do Catálogo de Rochas Ornamentais do Brasil e ao Dr. Ian Hovell pelo auxílio na revisão dos manuscritos, ambos pesquisadores do CETEM

## BIBLIOGRAFIA

1. Mandelbrot, B. B. "The Fractal Geometry of Nature", W.H. Freeman and Co. New York, 1993, Capítulo 3.
2. Batty, M. "Cities as Fractal: Simulating Growth and Form", Crilly, A. J.; Earnshaw, R. A.; and Jones, H. Editors, "Fractal and Chaos", Springer- Verlag, New York, 1990, 43-69
3. Fiedler-Ferrara, N. e Cintra do Prado, C. P. "Caos uma Introdução", Edgar Blucher Ltda.; S. Paulo, 1994, pp. 254
4. idem, pp. 258
5. ibidem, pp. 255- 256
6. Buchniecek, M.; Nezadal, M. e Zmeskal, O. "Numeric Calculation of Fractal Dimension", Nostradamus 2000, Prediction Conference, Fakusta Technologicka, Vysoke Ucení Technické, Zlin, Brno. Czech (2000)
7. Dannenberg, R. "Fractal Dimension Analysis of Hollow-Cone Darkfield Images" HarFA – Harmonic and Fractal Image Analysis (2002), 11-18
8. Conci, A. and NUNES, E. O "Multibands image analysis using local fractal dimension", Anais do SIBGRAPI 2001, Florianópolis, SC., 91 a 98
9. Johnston, J. D. e McCaffrey, K. J. W.; "Fractal Geometries of Vein System and the Variation of Scaling Relationships with Mechanism" ; Journal of Structural Geology, (1996), 18 (2/3) 349-358
10. Teixeira da Silva, C.M.; Fonseca. M.A. e Da Costa, A.R.; "Geometria Fractal dos Veios de Quartzo da Serra de Ouro Preto, Flanco Sudeste do Anticlinal de Mariana, Quadrilátero Ferrífero /MG" Revista Brasileira de Geociências, 2001, 31 (3), 247-256
11. Hippertt, J. F. e Massucatto, A. J.; "Phyllonitization and Development of Kilometer – size Extension Gashes in a Continental – scale Strike – slip Shear Zone, North Goiás, Central Brazil" ; Journal of Structural Geology, 1998, 20(4), 433-445.
12. Souza Cruz, T.G. "Leis de Escala e Dimensão Fractal em Filmes Finos: Microscopia de Força Atômica e Voltametria Cíclica", Revista Physicae 1, (2000) 29-36
13. Osaka, M.; "Local Box – Counting to Determine Fractal Dimension of High – Order Chaos"; International Journal of Modern Physics C.; 2000, 11, (8) 1519- 1526
14. Catálogo de Rochas Ornamentais do Brasil – Associação Brasileira da Indústria de Rochas Ornamentais e Centro de Tecnologia Mineral – CETEM, 2003. catalogo#cetem.gov.br e abirochas@secret.com.br
15. Nezadal, M. e Zmeskal, O. "Harmonic and Fractal Image Analyser – HarFa, Version 4.9.3", Institute of Physic and Applied Chemistry, Faculty of Chemistry, Brno University of Technology, Brno, Czech Republic, 2000.
16. Nezadal, M. Zmeskal, O. e Buchniecek.M.; "The Box – Counting: Critical Study", Institute of Physic and Applied Chemistry, Faculty of Chemistry, Brno University of Technology, Brno, Czech Republic, 2001.