

# **SÉRIE TECNOLOGIA MINERAL**

**Moinho Vertical de Carga Agitada: Uma revisão**

## **PRESIDÊNCIA DA REPÚBLICA**

**Dilma Vana Rousseff**

Presidente

**Michel Miguel Elias Temer Lulia**

Vice-Presidente

## **MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO**

**Marco Antonio Raupp**

Ministro de Estado da Ciência, Tecnologia e Inovação

**Luiz Antônio Rodrigues Elias**

Secretário-Executivo

**Arquimedes Diógenes Ciloni**

Subsecretário de Coordenação das Unidades de Pesquisa

## **CETEM – CENTRO DE TECNOLOGIA MINERAL**

**Fernando Antonio Freitas Lins**

Diretor

**Arnaldo Alcover Neto**

Coordenador de Análises Minerais

**Claudio Luiz Schneider**

Coordenador de Processos Minerais

**Cosme Antônio de Moraes Regly**

Coordenador de Administração

**Francisco Wilson Hollanda Vidal**

Coordenador de Apoio Tecnológico às Micro e Pequenas Empresas

**Marisa Bezerra de Mello Monte**

Coordenadora de Planejamento, Gestão e Inovação

**Ronaldo Luiz Correa dos Santos**

Coordenador de Processos Metalúrgicos e Ambientais

# **SÉRIE TECNOLOGIA MINERAL**

ISSN 0103-7382

ISBN 978-85-8261-009-1

**STM - 90**

## **Moinho Vertical de Carga Agitada: Uma revisão**

### **Douglas Batista Mazzinghy**

Eng. de Minas, M.Sc. e D.Sc. em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas pela Universidade Federal de Minas Gerais. Engenheiro especialista de processos minerais na Anglo American.

### **Claudio Luiz Schneider**

Eng. de Minas, M.Sc. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, PhD e Pós-doutorado pela Universidade de Utah. Pesquisador Sênior do Cetem.

### **Roberto Galéry**

Eng. de Minas, M.Sc e D.Sc. em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas pela Universidade Federal de Minas Gerais. Professor do Departamento de Engenharia de Minas da UFMG.

**CETEM/MCTI**

**2013**

## **SÉRIE TECNOLOGIA MINERAL**

**Marisa Bezerra de Mello Monte**

Editora

**Claudio Luiz Schneider**

Subeditor

### **CONSELHO EDITORIAL**

Arnaldo Alcover Neto (CETEM), Fernando A. Freitas Lins (CETEM), Regina Coeli C. Carrisso, (CETEM), Reiner Neumann (CETEM), Ronaldo Luiz C. dos Santos (CETEM), Achilles Junqueira B. Dutra (UFRJ), Antonio E. Clark Peres (UFMG), José Aury de Aquino (CDTN), José Farias de Oliveira (UFRJ), Lino R. de Freitas (CVRD), Luciano Tadeu da S. Ramos (CVRD), Mário Rui M. Leite (IGM-PORTUGAL) e Maurício L. Torem (PUC-RIO).

A Série Tecnologia Mineral publica trabalhos na área minerometalúrgica. Tem como objetivo principal difundir os resultados das investigações técnico-científicas decorrentes dos projetos desenvolvidos no CETEM.

O conteúdo desse trabalho é de responsabilidade exclusiva do(s) autor(es).

**Valéria Cristina de Souza**

Coordenação Editorial

**Valéria Cristina de Souza**

Editoração Eletrônica

**Andrezza Milheiro**

Revisão

---

Mazzinghy, Douglas Batista

Moinho vertical de carga agitada: uma revisão/Douglas Batista Mazzinghy [et al.]. \_\_Rio de Janeiro: CETEM/MCTI, 2013.

39p. (Série Tecnologia Mineral, 90)

1. Moinho vertical. 2. Beneficiamento de minério. I. Centro de Tecnologia Mineral. II. Mazzinghy, Douglas Batista. III. Schneider, Cláudio Luiz. IV. Galéry, Roberto. V. Título. IV. Série.

CDD – 622.7

---

# SUMÁRIO

RESUMO	7
ABSTRACT	8
1   INTRODUÇÃO	9
1.1   Histórico	9
1.2   Vantagens e Desvantagens	12
1.3   Aplicações bem Sucedidas	13
1.4   Testes em Escala de Laboratório	17
2   ESTIMATIVA DE POTÊNCIA	20
2.1   Duffy (1994)	20
2.2   Jankovic & Morrell (1997)	21
2.3   Nitta et al (2006)	23
3   MODELOS MATEMÁTICOS	24
3.1   Modelos Empíricos	24
3.2   Modelos Fenomenológicos	26
3.3   Modelos Fundamentais	29
4   CONCLUSÕES	33
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	34



## **RESUMO**

O moinho vertical foi desenvolvido no Japão, na década de 1950, para aplicações em moagens finas e ultrafinas. Nas últimas décadas este tipo de moinho tem sido utilizado, preferencialmente, na etapa de remoagem de minérios. Recentemente, este tipo de moinho também tem sido considerado na etapa de moagem primária. O presente trabalho tem como objetivo levantar o histórico de aplicações bem sucedidas e apresentar o que existe de mais moderno como ferramenta de dimensionamento e simulação deste tipo de moinho.

### **Palavras-chave**

moinho vertical, simulação, escalonamento, cominuição.

## **ABSTRACT**

The vertical mill was developed in Japan in the 1950s, for fine and ultrafine grinding applications. In the last decades this type of mill has been utilized, preferably in regrind circuits. Recently, the vertical of mill has also been considered for primary grinding applications. This paper aims to present the historical of the successful applications and the most modern tools for design and simulation.

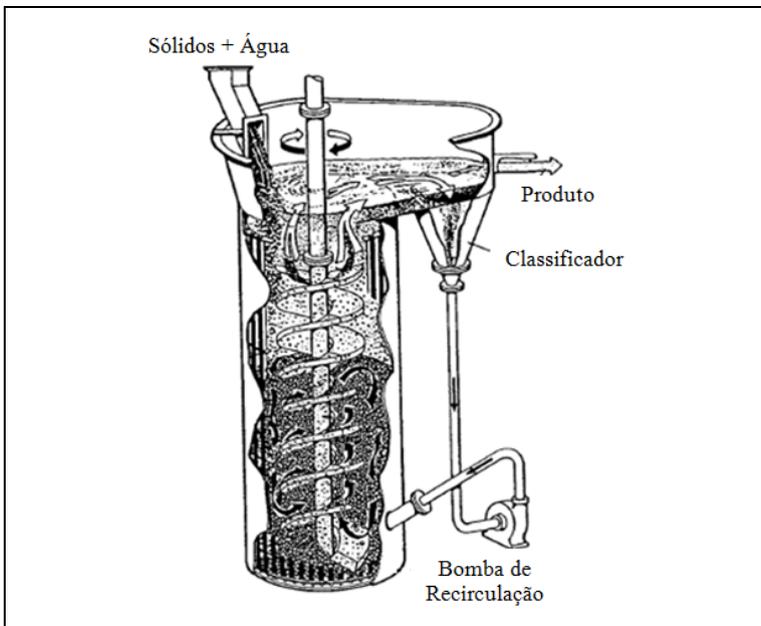
### **Keywords**

vertical Mill, simulation, scale-up, comminution.

## 1 | INTRODUÇÃO

### 1.1 | Histórico

O moinho vertical foi desenvolvido no Japão, na década de 1950, pela *Kubota Tower Mill Corporation*, para aplicações em moagens finas e ultrafinas, e foi o primeiro moinho vertical aplicado na indústria mineral (STIEF *et al.*, 1987). A Figura 1 apresenta o moinho vertical ou moinho de torre (*Tower Mill*).

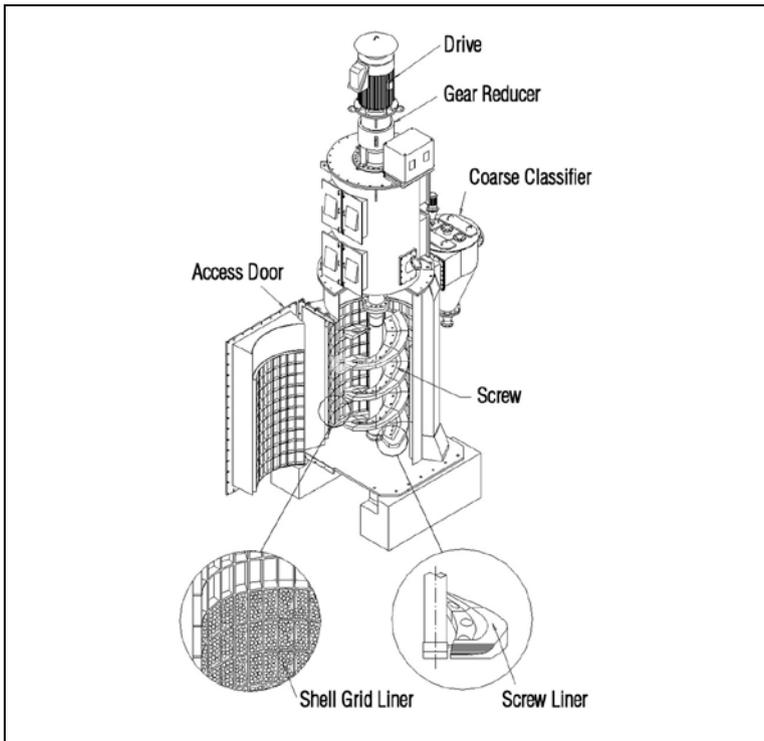


Fonte: WILLS, 1988.

**Figura 1.** Moinho vertical ou moinho de torre (*Tower Mill*).

Atualmente existem dois fabricantes de moinho vertical, a Eirich e a Metso.

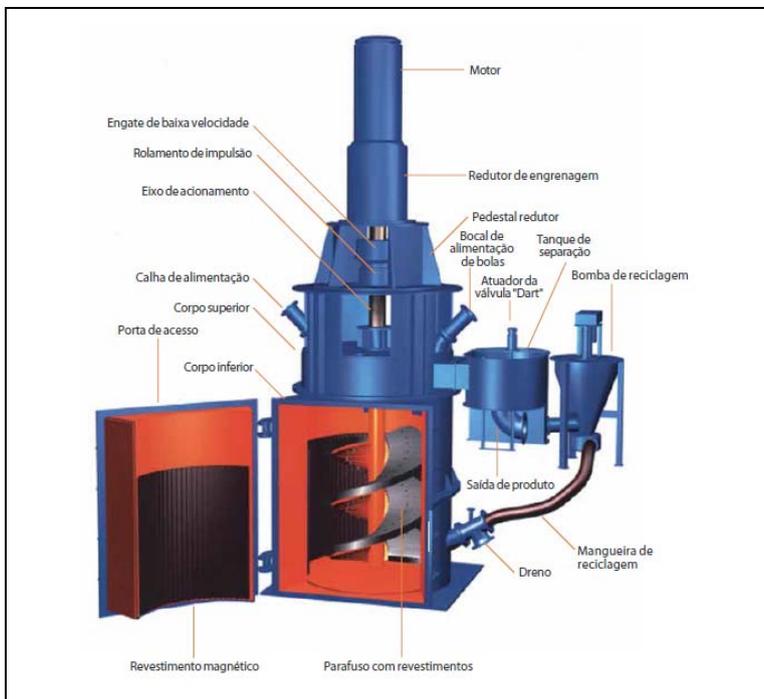
A Eirich manteve o nome original de *Tower Mill*. A Figura 2 ilustra os componentes principais do *Tower Mill* fabricado pela Eirich.



Fonte: EIRICH, 2013.

**Figura 2.** Moinho *Tower Mill* fabricado pela Eirich.

O *Vertimill*, fabricado pela Metso, tem basicamente o mesmo princípio de funcionamento do *Tower Mill* e foi introduzido na década de 1990 (KALRA, 1999). A Figura 3 ilustra os componentes principais do *Vertimill*.



Fonte: METSO, 2006.

**Figura 3.** Moinho *Vertimill*.

O moinho vertical é composto de um cilindro com uma espiral interna que promove a movimentação dos corpos moedores e da polpa. Este movimento é proporcionado através de um motor instalado na parte superior do cilindro e conectado à espiral através de um redutor.

O princípio de funcionamento dos moinhos verticais já era conhecido desde a década de 1930. Este tipo de equipamento era utilizado para condicionamento da superfície das partículas, através de atrição, antes da etapa de flotação (HERBST & SEPÚLVEDA, 1978).

## 1.2 | Vantagens e Desvantagens

O moinho vertical apresenta vantagens e desvantagens em relação ao moinho de bolas, como apresentado a seguir.

### Vantagens:

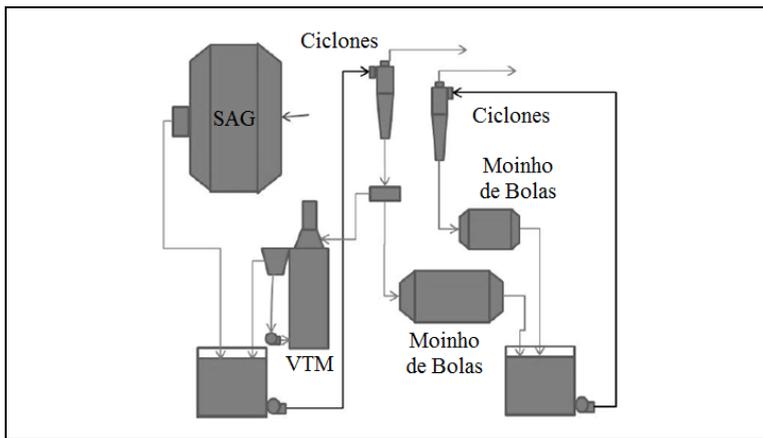
- menor geração de ruído;
- menor espaço de instalação;
- menor quantidade de periféricos;
- instalação simples e rápida;
- bases civis mais simples;
- maior segurança, devido à menor exposição de partes móveis;
- menor consumo de energia por tonelada de minério processado;
- menor consumo de corpos moedores e revestimentos.

### Desvantagens:

- baixa capacidade;
- necessidade de retirada de toda a carga moedora para inspeção e/ou manutenção.

### 1.3 | Aplicações bem Sucedidas

PENA *et al.* (1985) compararam a operação de um moinho de bolas e de um moinho vertical em uma planta de tratamento de minério de ouro localizada no Chile. A Figura 4 mostra o fluxograma de processo.



Fonte: PENA *et al.*,1985.

**Figura 4.** Fluxograma de processo com moinho vertical.

A Tabela 1 apresenta os principais dados obtidos.

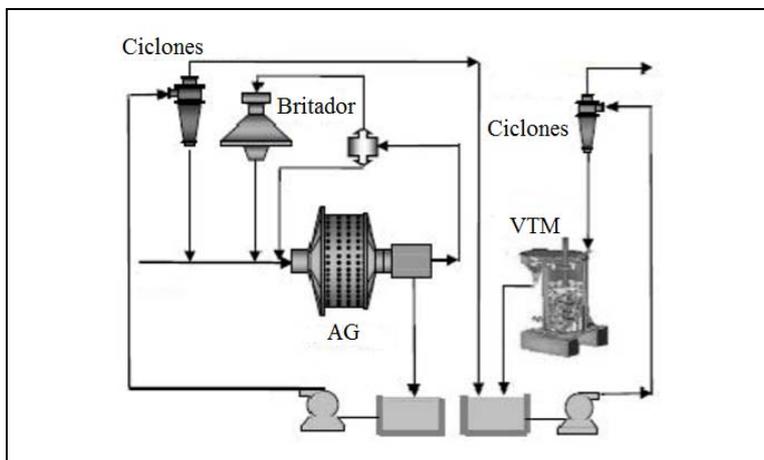
**Tabela 1.** Comparativo entre moinho de bolas e moinho vertical.

Tipo de Moinho	Bolas	Vertical
Potência (kW)	76	54
$P_{80}$ ( $\mu\text{m}$ )	307	303
Energia Especifica (kWh/t)	3,0	2,1

Fonte: PENA *et al.*,1985.

Os dois circuitos tinham como objetivo um produto com 80% passante ( $P_{80}$ ) em 300  $\mu\text{m}$  no *overflow* dos ciclones. O moinho vertical apresentou um ganho significativo frente ao moinho de bolas para a aplicação estudada.

JANKOVIC *et al.* (2006) apresentam os resultados do circuito Cannington que beneficia um minério de prata, chumbo e zinco. A planta está localizada no norte do estado de Queensland, na Austrália. A Figura 5 apresenta o fluxograma do circuito.



Fonte: JANKOVIC *et al.*, 2006.

**Figura 5.** Circuito de cominuição de Cannington.

O produto do circuito com moinho autógeno (AG) alimenta o circuito com moinhos verticais. A Tabela 2 mostra dados de duas amostragens realizadas no circuito.

**Tabela 2.** Amostragens do circuito de cominuição de Cannington.

Amostragem	1	2
Alimentação Nova (t/h)	330	320
Potência Moinho AG (kW)	4527	4544
Potência Moinho Vertical (kW)	614	619
OF Ciclone Primário $P_{80}$ ( $\mu\text{m}$ )	150	150
OF Ciclone Secundário $P_{80}$ ( $\mu\text{m}$ )	94	109
<i>BWI</i> Operacional (kWh/t)	15,6	17,6
<i>BWI</i> Laboratório (kWh/t)	17,2	18,7

Fonte: JANKOVIC *et al.*, 2006.

Os autores citam que a estimativa da energia requerida com moinhos de bolas, através do índice de trabalho de Bond (*BWI*), seria de 1220 kW. Este valor é quase o dobro da energia consumida pelos moinhos verticais.

VANDERBEEK (1998) apresenta os ganhos do uso de moinhos verticais na mina de Cobre de Chino, no estado do Novo México nos EUA. Os moinhos verticais têm como objetivo reduzir o material da moagem secundária até 80% passante ( $P_{80}$ ) em 150  $\mu\text{m}$ . Com o uso dos moinhos verticais foi possível atingir uma economia de energia de cerca de 30% se comparada com o circuito de moinho de bolas.

BRISSETTE (2009) apresenta dados de duas linhas de remoagem de minério de cobre e ouro, uma linha com moinho de bolas e outra com moinho vertical. Os dois circuitos operam com bateria de ciclones e com a mesma taxa de alimentação

(265 t/h), reposição de bolas de 25mm e com produto 75% < 44  $\mu\text{m}$ . A Tabela 3 mostra o consumo de energia em cada linha.

**Tabela 3.** Comparativo entre moinho de bolas e moinho vertical operando com a mesma alimentação e o mesmo tamanho de bolas de reposição.

Reposição de Bolas 25mm	Dias de Operação	Potência (kW)	Overflow Ciclone (% < 44 $\mu\text{m}$ )
Moinho de Bolas	28	1045	73,5
Moinho Vertical	29	587	75,2

Fonte: BRISSETTE, 2009.

A potência consumida pelo circuito com moinho vertical é 44% menor que a potência do circuito com moinho de bolas. Segundo o autor, a energia consumida pelo moinho vertical foi reduzida em 33%, mantendo o mesmo  $P_{80}$ , apenas com a substituição das bolas de 25 mm por *millpebs* de 12 mm.

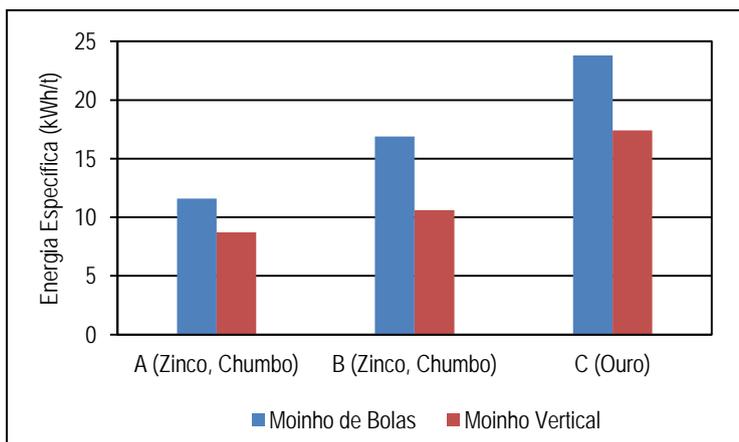
JUNIOR *et al.* (2011) compararam os circuitos de remoagem das plantas 1 e 2 da *Kinross* em Paracatu, no estado de Minas Gerais. A planta 1 possui dois moinhos de bolas operados em paralelo e em circuito reverso com classificação por hidrociclones. A planta 1 trata o minério oxidado que possui BWI médio de 5,5 kWh/t. A planta 2 possui moinho vertical VTM-1250 operado em circuito direto com classificação por hidrociclones. A planta 2 trata o minério sulfetado que possui BWI médio de 10 kWh/t. A especificação de produto da etapa de remoagem é a mesma nas duas plantas,  $P_{90}$  da ordem de 45  $\mu\text{m}$ . O tamanho da bola de reposição é o mesmo nas duas plantas, bolas de 25 mm de diâmetro. O consumo de bolas do moinho vertical é de 68 g/kWh, cerca de 15% menor que no

circuito com moinho de bolas. O energia específica do moinho vertical é de 9,7 kWh/t, cerca de 14% menor que no circuito com moinho de bolas. É importante destacar que esta maior eficiência apresentada pelo moinho vertical foi obtida tratando um minério bem mais competente que o minério tratado no circuito com moinho de bolas. Outro detalhe importante é que a redução no consumo específico de energia, apresentado pelo moinho vertical, foi muito próximo da redução do consumo de bolas, 14% e 15% respectivamente.

#### **1.4 | Testes em Escala de Laboratório**

SHI *et al.* (2009) conduziram testes em escala de laboratório com diferentes minérios utilizando um moinho padrão para teste de Bond e um moinho vertical. O objetivo era avaliar o desempenho da moagem com uma alimentação 100% < 3,35 mm.

A Figura 6 compara a energia específica obtida com o moinho de Bond e a obtida em um moinho vertical utilizando três minérios distintos, dois minérios de zinco e chumbo e um minério de ouro.



Fonte: SHI *et al.*, 2009.

**Figura 6.** Energia específica para moagem de três minérios distintos: Moinho Padrão de Bond X Moinho Vertical.

Os autores apresentam os principais dados da moagem dos três minérios, conforme a Tabela 4.

**Tabela 4.** Dados de moagem de três minérios distintos: Moinho Padrão de Bond x Moinho Vertical.

Minério	A (Zn, Pb)		B (Zn, Pb)		C (Au)	
	Bolas	Vert.	Bolas	Vert.	Bolas	Vert.
$F_{80}$ ( $\mu\text{m}$ )	1968	2287	2000	1999	2017	2065
$P_{80}$ ( $\mu\text{m}$ )	84	73	83	78	49	52
Corte Peneira ( $\mu\text{m}$ )	125	125	106	106	75	75
Potência (kWh)	0,0053	0,0016	0,0073	0,0020	0,0086	0,0032
Alimentação (g)	454	186	430	186	361	186
Energia Esp. (kWh/t)	11,6	8,7	16,9	10,6	23,8	17,4
Ganho Energia (%)	25		37		27	

Fonte: SHI *et al.*, 2009.

Os testes realizados com o moinho padrão para teste de Bond considerou a distribuição de bolas utilizada para determinação do índice de trabalho de Bond (*BW*), cujo tamanho máximo de bola é de 38mm. Já o teste com moinho vertical utilizou uma carga de bolas com tamanho máximo de 11 mm. O diâmetro das bolas tem influência no consumo específico de energia. Dessa forma, esta comparação entre moinho de bolas e moinho vertical torna-se mais complexa.

A METSO, fabricante do *Vertimill*, normalmente realiza um dimensionamento preliminar do *Vertimill* aplicando-se um fator de eficiência próximo de 30% menor que o índice de trabalho de Bond (*BW*). Também é comum realizar um teste de moagem de batelada chamado de *Jar Test* que é realizado em um moinho de bolas tubular em escala de laboratório. Moagens em intervalos de tempos distintos são realizadas até obter o tamanho de produto desejado Aplica-se um fator de eficiência próximo de 30% menor que a energia medida no teste.

## 2 | ESTIMATIVA DE POTÊNCIA

Na literatura técnica existem poucas equações para previsão de potência de moinhos verticais. Devido ao recente desenvolvimento dos moinhos verticais de maior porte, ainda não existem na literatura modelos para previsão acurada da potência. A seguir serão apresentados os modelos disponíveis.

### 2.1 | Duffy (1994)

Desenvolveu uma equação empírica para previsão de potência líquida de moagem  $P_{liq}$  através de medidas de potência de cinco operações distintas, sendo uma operação em escala piloto e quatro operações em escala industrial. Através da Equação 1, calcula-se a potência líquida de moagem  $P_{liq}$  consumida por um moinho vertical.

$$P_{liq} = 0,0743 L \omega \rho_c d^{0,111} D_e^{3,057} T_e^{0,572} \quad [1]$$

sendo:

$P_{liq}$  = potência líquida de moagem (kW);

$L$  = altura do leito de bolas (m);

$\omega$  = velocidade angular da espiral (rpm);

$\rho_c$  = densidade efetiva da carga moedora (t/m<sup>3</sup>);

$d$  = tamanho médio das bolas (mm);

$D_e$  = diâmetro da espiral (m);

$T_e$  = número de passos da espiral.

A densidade efetiva da carga moedora pode ser calculada conforme a Equação 2.

$$\rho_c = \rho_b (1 - \varepsilon) + \varepsilon \rho \quad [2]$$

sendo:

$\rho_c$  = densidade efetiva da carga moedora ( $t/m^3$ );

$\varepsilon$  = fração de vazios entre as bolas (adimensional);

$\rho_b$  = densidade das bolas ( $t/m^3$ );

$\rho_p$  = densidade da polpa ( $t/m^3$ ).

Também foi desenvolvida uma equação empírica para previsão da potencia em vazio  $P_{vaz}$  do moinho vertical (sem carga moedora, minério e água), conforme mostrado na Equação 3.

$$P_{vaz} = 0,000134 \omega W D_e^{0,57} \quad [3]$$

sendo:

$P_{vaz}$  = potência em vazio (kW);

$\omega$  = velocidade angular da espiral (rpm);

$D_e$  = diâmetro da espiral (m);

$W$  = peso da espiral (kg).

## 2.2 | Jankovic & Morrell (1997)

Desenvolveram uma equação empírica para previsão de potência líquida de moagem  $P_{liq}$  através de medidas de potência de cinquenta e oito operações distintas em escala de

laboratório, piloto e industrial. Através da Equação 4 calcula-se a potência líquida de moagem  $P_{liq}$  consumida por um moinho vertical.

$$P_{liq} = \frac{2,05 \rho_c D_e^{1,96} \theta^{0,65} L^{0,98} d^{0,17}}{1000} \quad [4]$$

sendo:

$P_{liq}$  = potência líquida de moagem (kW);

$\rho_c$  = densidade efetiva da carga moedora (kg/m<sup>3</sup>);

$D_e$  = diâmetro da espiral (m);

$\theta$  = velocidade periférica da espiral (m/s);

$L$  = altura do leito de bolas (m);

$d$  = diâmetro médio das bolas (mm).

A densidade efetiva da carga moedora foi calculada conforme a Equação 5 de TÜZÜN (1993).

$$\rho_c = (1 - \varepsilon) (\rho_b - \rho_p) \quad [5]$$

A equação de JANKOVIC & MORRELL (1997) foi desenvolvida com um grande número de dados de operações industriais, porém todos de pequena capacidade.

JANKOVIC (1999) desenvolveu um conjunto de seis equações para previsão da potência líquida de moagem  $P_{liq}$  consumida em um moinho vertical utilizando conceitos da física. A previsão se mostrou adequada com relação a precisão, contudo, a complexidade de sua aplicação torna esta solução pouco atrativa ou mesmo inviável no ambiente de projeto e/ou operacional. Também foram utilizados dados de moinhos industriais de pequeno porte.

### 2.3 | Nitta *et al.* (2006)

Desenvolveram uma equação para estimativa de potência absorvida da rede  $P_{ele}$  consumida por um moinho vertical, conforme Equação 6.

$$P_{ele} = 312 L_{ef}^{0,8847} D_e^{2,232} 60 \omega^{1,232} d_{gap} \quad [6]$$

sendo:

$P_{ele}$  = potência elétrica ou absorvida da rede (kW);

$L_{ef}$  = altura efetiva do leito de bolas (m);

$D_e$  = diâmetro da espiral (m);

$\omega$  = velocidade angular da espiral (rpm);

$d_{gap}$  = distância entre a espiral e a parede do moinho vertical (m).

A equação original considera a velocidade angular da espiral  $\omega$  em rotações por segundo (rps). Esta variável foi multiplicada por 60 para converter segundos em minutos de forma a considerar a unidade em rotações por minuto (rpm). Os autores afirmam que o erro desta equação está em torno de  $\pm 10\%$ . Foram considerados moinhos verticais de pequena capacidade para elaboração desta equação.

Atualmente, o interesse da indústria mineral é prever com precisão aceitável a potência de moinhos verticais de grande capacidade.

### 3 | MODELOS MATEMÁTICOS

#### 3.1 | Modelos Empíricos

Muitos modelos empíricos têm sido propostos para representar a moagem em moinhos verticais. Na maioria dos casos, são realizados testes em escala de laboratório com moinhos verticais simplificados. O planejamento fatorial e a regressão linear são ferramentas muito utilizadas. A seguir, são apresentados alguns estudos sobre o assunto.

DUFFY (1994) utilizou a equação de CHARLES (1957) para determinar a distribuição granulométrica do produto de um moinho vertical. A Equação 7 é a utilizada por CHARLES na sua forma original.

$$E = \xi (x_p^{-\psi} - x_f^{-\psi}) \quad [7]$$

sendo:

$E$  = energia específica (kWh/t);

$\xi, \psi$  = constantes empíricas;

$x_p$  = tamanho no qual uma porcentagem selecionada do material é passante no produto (mm);

$x_f$  = tamanho no qual uma porcentagem selecionada do material é passante na alimentação (mm).

Esta equação pode ser simplificada quando o tamanho da distribuição do produto é bem inferior ao da distribuição da alimentação. A Equação 7 torna-se:

$$E = \xi (x_p^{-\psi}) \quad \text{ou} \quad x_p = \left( \frac{E}{\xi} \right)^{-\frac{1}{\psi}}$$

A Equação 3.3 foi aplicada por DUFFY (1994) para prever as frações passantes do produto em 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30 e 20%. Através de regressão linear, foi possível prever a distribuição do produto com um grau de precisão razoável. Contudo, a metodologia utilizada não se aplica a todos os casos (variações de enchimento, tamanho de bolas, porcentagem de sólidos etc).

CELEP *et al.* (2011) conduziram testes em um moinho vertical em escala de laboratório com um minério sulfetado contendo ouro e prata. Os autores utilizaram metodologia de planejamento fatorial para análise das seguintes variáveis: diâmetro das bolas, tempo de moagem, enchimento de bolas e velocidade da espiral. A variável de resposta considerada foi o tamanho no qual 80% do material é passante ( $P_{80}$ ). Concluiu-se que a moagem seria mais eficiente considerando bolas menores, maior velocidade da espiral e maior enchimento de bolas.

Outro estudo com a mesma metodologia foi realizado por TORAMAN & KATIRCIOGLU (2011), utilizando uma amostra de calcita. As variáveis estudadas foram: o tempo de moagem, a velocidade da espiral, a densidade da polpa e o enchimento de bolas. A área superficial específica foi considerada como variável de resposta. A principal conclusão do estudo foi o efeito negativo do aumento da densidade da polpa. Supõe-se que em altas concentrações de sólidos a viscosidade eleva-se muito, reduzindo a eficiência da moagem.

JANKOVIC (1999) comenta que os modelos empíricos têm a limitação de simular condições idênticas daquelas testadas para a formulação do modelo. As constantes obtidas representam “a melhor solução matemática” e frequentemente não possuem significado físico. O mesmo pode ser dito de técnicas baseadas em retro-cálculo.

### 3.2 | Modelos Fenomenológicos

O modelo do balanço populacional é um exemplo de modelo fenomenológico. A equação 8 descreve o modelo de balanço populacional para a moagem em batelada (AUSTIN *et al.*, 1984).

$$\frac{dm_i(t)}{dt} = -S_i m_i(t) + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} S_j m_j(t), \quad i=1,2,\dots,n \quad [8]$$

onde  $m_i(t)$  é a fração em massa de partículas contidas no intervalo de tamanho  $i$  após o tempo  $t$  de moagem,  $S_i$  a função seleção das partículas no intervalo de tamanho  $i$  e  $b_{ij}$  a função quebra ou fração em massa de partículas no intervalo de tamanho  $i$  produzidas pela quebra de partículas no intervalo de tamanho  $j$ .

A função quebra acumulada  $B_{ij}$  pode ser modelada através da equação 9 (AUSTIN *et al.*, 1984).

$$B_{i,j} = \phi \left( \frac{d_{i-1}}{d_j} \right)^\gamma + (1 - \phi) \left( \frac{d_{i-1}}{d_j} \right)^\beta, \quad 0 < \phi < 1 \quad [9]$$

$B_{ij}$  sendo a função quebra acumulada e os parâmetros  $\beta$ ,  $\phi$ ,  $\gamma$  constantes dependentes das características de quebra do material.

HERBST & FUERSTENAU (1980) consideram que a função seleção  $S_i$  apresenta uma relação de proporcionalidade com a potência consumida pelo moinho e a massa contida neste, conforme a Equação 10.

$$S_i = S_i^E \left( \frac{P}{H} \right) \quad [10]$$

$S_i$  ( $\text{min}^{-1}$ ) sendo a função seleção no intervalo de tamanho  $i$ ,  $S_i^E$  ( $\text{t/kWh}$ ) a função seleção específica em energia,  $H$  (t) a massa de material contida no moinho e  $P$  (kW) a potência líquida utilizada na moagem.

A função seleção específica em energia  $S_i^E$  independe das dimensões do moinho (HERBST & FUERSTENAU, 1973) e pode ser modelada através da Equação 11 (HERBST *et al.*, 1985).

$$S_i^E = S1^E \exp \left\{ \zeta_1 \ln \left( \frac{d_i}{d_1} \right) + \zeta_2 \left[ \ln \left( \frac{d_i}{d_1} \right) \right]^2 \right\} \quad [11]$$

$S_i^E$  ( $\text{t/kWh}$ ) sendo a função seleção específica em energia,  $S1^E$  ( $\text{t/kWh}$ ) um parâmetro equivalente a função seleção específica para o tamanho 1mm,  $d_i$  (mm) o diâmetro das partículas do intervalo de tamanho  $i$ ,  $d_1$  (mm) o tamanho de normalização (1 mm) e  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  são parâmetros característicos do material e das condições de moagem.

Para simulação do Vertimill a partir de parâmetros determinados em moinho de bolas, o parâmetro  $S1^E$  deve ser multiplicado por um fator  $k = 1,35$  de forma a representar a maior eficiência relativa de moagem do moinho vertical, tornando-se  $S1^E$ , conforme a Equação 12 (MAZZINGHY, 2012).

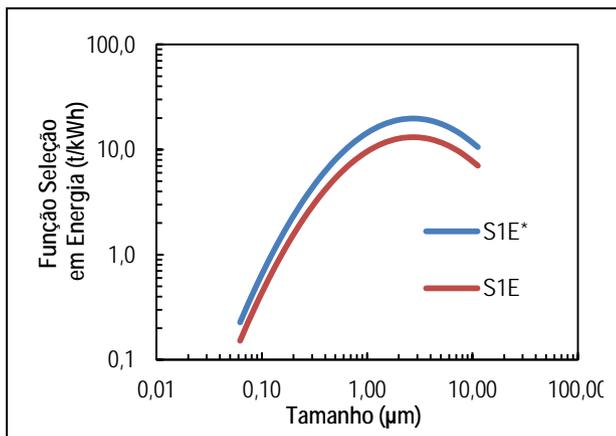
$$S_i^{E^*} = S1^{E^*} \exp \left\{ \zeta_1 \ln \left( \frac{d_i}{d_1} \right) + \zeta_2 \left[ \ln \left( \frac{d_i}{d_1} \right) \right]^2 \right\} \quad [12]$$

A função seleção do moinho vertical em escala industrial  $S_i^l$  pode ser determinada através da Equação 13.

$$S_i^l \bar{\tau} = S_i^{E^*} \left( \frac{P^l}{Q^l} \right) \quad [13]$$

O sobrescrito “l” significa escala industrial. Conhecendo-se a potência líquida  $P^l$ , e a taxa de alimentação do moinho  $Q^l$ , bem como a função seleção específica em energia para moinho vertical  $S_i^{E^*}$ , é possível calcular o produto da função seleção do moinho vertical industrial  $S_i^l$  pelo tempo de residência médio dos sólidos. Com isso, é possível calcular a distribuição granulométrica do produto do moinho vertical industrial através da equação do modelo do balanço populacional para moagem contínua.

A Figura 7 apresenta as curvas das funções seleção medidas para um moinho de bolas e corrigida por um fator  $k = 1,35$  representando a maior eficiência da moagem no moinho vertical.



Fonte: MAZZINGHY, 2012

**Figura 7.** Variação da função seleção específica em energia para moinhos de bolas e moinhos verticais.

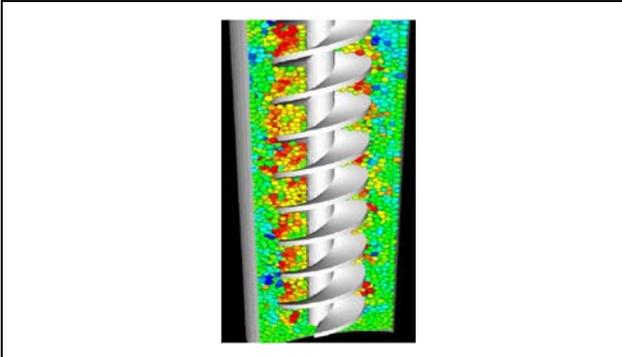
Este modelo está implementado no simulador de plantas de processos minerais *Modsim<sup>TM</sup>* versão 3.6.25 da *Mineral Technologies International, Inc.*

### 3.3 | Modelos Fundamentais

O método dos elementos discretos (DEM - *Discrete Element Method*) é um exemplo de modelo fundamental. Este método, geralmente, é aplicado para otimização das condições operacionais da moagem tais como: porcentagem da velocidade crítica, grau de enchimento, forma dos revestimentos, previsão da potência, distribuição da carga moedora, efetividade de impactos e uso de energia.

A utilização desta ferramenta na simulação de processos de cominuição tem obtido grande destaque nos últimos anos. O trabalho pioneiro de MISHRA & RAJAMANI (1990) continua sendo uma excelente referência.

MORRISON *et al.* (2009) apresentam um comparativo entre moinho vertical, em escala piloto, e um moinho de bolas, em escala de laboratório, utilizando técnicas de modelagem de elementos discretos. A Figura 8 apresenta um exemplo deste tipo de modelagem.

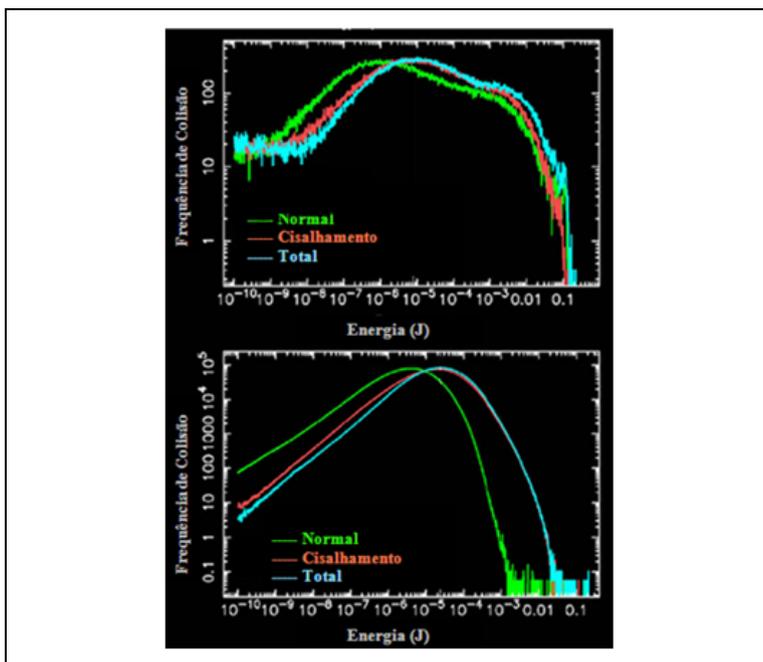


Fonte: MORRISON *et al.*, 2009.

**Figura 8.** Distribuição de velocidade e direção de movimento das bolas em um moinho vertical.

As cores indicam diferentes velocidades e direções das bolas. As bolas de cor vermelha estão subindo com uma velocidade de 0,2m/s enquanto as bolas de cor azul escuro estão descendo na mesma velocidade.

A Figura 9 mostra o espectro de energia para os dois moinhos. Verificou-se que o moinho vertical possui maior frequência de colisões por segundo quando comparado com o moinho de bolas.



Fonte: MORRISON *et al.*, 2009.

**Figura 9.** Espectro de energias de colisão para o moinho de bolas (acima) e para o moinho vertical (abaixo).

Com relação aos mecanismos de fratura predominantes em cada um dos moinhos pode-se dizer que não há diferenças significativas. As curvas apresentadas na cor vermelha representam o mecanismo de cisalhamento e as curvas apresentadas na cor verde representam os demais mecanismos.

Além disso, o moinho vertical possui um espectro de energias em um intervalo reduzido. O moinho de bolas possui um espectro maior de distribuição de energias, o que o torna menos eficiente em termos da utilização da energia.

A Tabela 5 indica que a intensidade de energia transmitida por cada bola é menor no moinho vertical. Contudo, tem-se uma quantidade maior de bolas e uma maior frequência de colisões por segundo.

**Tabela 5.** Comparativo entre a intensidade de energia imposta por unidade e por massa de bolas.

Tipo de Moinho	Bolas	Potência	Intensidade	
	(mm)	(W)	(W/kg Bolas)	(W/Bola)
Bolas	25	125	3,90	0,302
Vertical	15	780	4,62	0,026

Fonte: MORRISON *et al.*, 2009.

Dessa forma, este tipo de equipamento impõe maior intensidade de energia por massa de bolas, o que, provavelmente, o torna mais eficiente que o moinho de bolas.

Impactos de maior energia representam uma ineficiência no processo de quebra, visto que a eficiência máxima de moagem ocorre quando o impacto é igual à energia de fratura da partícula. No moinho vertical a distribuição de energias de impacto favorece impactos de menor energia, enquanto no moinho de bolas os impactos de maior energia são favorecidos. Esta melhor utilização dos impactos de menor energia tornam o moinho vertical mais eficiente.

## 4 | CONCLUSÕES

O moinho vertical e o moinho de bolas possuem mecanismos de quebra semelhantes diferindo com relação ao espectro de energias. O moinho vertical apresenta impactos de menor energia e maior frequência de impactos. Dessa forma, o moinho vertical não desperdiça energia como acontece no moinho de bolas. Por este motivo o moinho vertical é mais eficiente que o moinho de bolas.

Atualmente os circuitos com moinho vertical podem ser dimensionamentos através da metodologia proposta por MAZZINGHY (2012). Esta metodologia utiliza o modelo do balanço populacional para calcular a distribuição granulométrica no produto de um moinho vertical em função da potência líquida de moagem e um conjunto de parâmetros obtidos através de testes com moinho de bolas tubular de batelada em escala de laboratório e com pequenas quantidades de amostras.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AUSTIN, L. G., KLIMPEL, R. R., LUCKIE, P. T. Process Engineering of Size Reduction, SME - AIME, 1984.
- BRISSETTE, M. Energy Savings and Technology Comparison by Using Small Grinding Media, Procemin, Santiago, Chile, 2009.
- CHARLES, R. J. Energy-size reduction relationships in comminution. Trans AIME, vol. 203, pp. 80-88, 1957.
- CELEP, O., ASLAN, N., ALP. I., TASDEMIR, G. Optimization of some parameters of stirred mill for ultra-fine grinding of refractory Au/Ag ores, Powder Technology, vol. 208, pp. 121-127, 2011.
- DUFFY, S. M. Investigation into the Performance Characteristics of Tower Mills, Master Thesis - University of Queensland, JKMR, Brisbane, Australia, 1994.
- EIRICH. <http://www.eirich-brazil.biz/en/tower-mill>. Acessado em Novembro de 2013.
- HERBST J. A. & FUERSTENAU D. W. Mathematical Simulation of Dry Ball Milling using Specific Power Information, Trans. AIME, vol. 254, pp. 343, 1973.
- HERBST J. A. & SEPULVEDA J. L. Fundamentals of Fine and Ultrafine Grinding in a Stirred Ball Mill, International Powder and Bulk Solids Handling and Processing: Proceedings held Rosemount Illinois, vol. 16-18, pp. 452-470, May, 1978.
- HERBST, J. A. & FUERSTENAU, D. W. Scale-Up Procedure for Continuous Grinding Mill Design Using Population Balance Models, International Journal of Mineral Processing, vol. 7, pp. 1-31, 1980.
- HERBST, J. A, LO, Y. C., RAJAMANI R. K. Population balance model predictions of the performance of large-diameter mills, Minerals and Metallurgical Processing, pp.114, 1985.

- JANKOVIC, A. & MORRELL, S. Power Modelling of Stirred Mills, Proceedings of the Second UBC-MCGILL BI-Annual International Symposium on Fundamentals of Mineral Processing and the Environment, Sudbury, Ontario, Canada, 1997.
- JANKOVIC, A. Mathematical Modelling of Stirred Mills, PhD Thesis – University of Queensland, JKMR, Brisbane, Australia, 1999.
- JANKOVIC, A., VALERY W., CLARKE G. Design and Implementation of an AVC Grinding Circuit at BHP Billiton Cannington, SAG 2006 Conference, 2006.
- JUNIOR, L. T. S., GOMES, M. P. D., GOMIDES, R. B., JUNIOR, G. G. O., PHILLIPS, W. Vantagens e Desvantagens do Uso de Moinho Vertical na Remoagem de Concentrado da Kinross Paracatu, XXIV ENTMME, Salvador/Bahia, 2011.
- KALRA, R. Overview on alternative methods for fine and ultra-fine grinding, In: IIR Conference, Crushing & Grinding, Perth, 1999.
- MAZZINGHY, D. B. Metodologia para escalonamento e simulação de moinho vertical, Belo Horizonte, Tese de Doutorado, PPGEM, Universidade Federal de Minas Gerais, 2012.
- MISHRA, B. K., RAJAMANI, R. K. Numerical simulation of charge motion in a ball mill, Preprints of the 7th Euro Symp. on Comminution, pp. 555-563, 1990.
- MORRISON, R. D., CLEARY, P.W., SINNOTT, M. D. Using DEM to compare the energy efficiency of pilot scale ball and tower mills, Minerals Engineering, vol. 22, pp. 665-672, 2009.
- NITTA, S., FURUYAMA, T., BISSOMBOLO, A., MORI, S. Estimation of the Motor Power of the Tower Mill through Dimensional Analysis, Proc. XXIII International Mineral Processing Congress, pp.158-161, 2006.
- PENA, F., LAWRUK, W., JONES, S. The Versatile Tower Mill a Recent Application, AIME Intermountain Conference, 1985.

- SHI, F., MORRISON, R., CERVELLIN, A., BURNS, F., MUSA, F. Comparison of energy efficiency between ball mills and stirred mills in coarse grinding, *Minerals Engineering*, vol. 22, pp. 673-680, 2009.
- STIEF, D. E., LAWYUK, W.A., WILSON, L. J. Tower mill and its application to fine grinding, *Minerals and Metallurgy Processing* vol. 4, pp. 45-50, 1987.
- TORAMAN, O. Y., KATIRCIOGLU, D. A study on the effect of process parameters in stirred ball mill, *Advanced Powder Technology*, vol. 22, pp. 26-30, 2011.
- TÜZÜN, M. A. A detailed study on comminution in a vertical stirred ball mill. PhD Thesis, University of Natal, South Africa, 1993.
- VANDERBEEK J. Tertiary Grinding Circuit Installation at Chino Mines Company, *SME Comminution Practices*, Chapter 31, 1998.
- WILLS, B. A. *Mineral Processing Technology*, Pergamon Press, Oxford, 4th ed., pp. 286-287, 1988.

## SÉRIES CETEM

As Séries Monográficas do CETEM são o principal material de divulgação da produção científica realizada no Centro. Até o final do ano de 2010, já foram publicados, eletronicamente e/ou impressos em papel, mais de 200 títulos, distribuídos entre as seis séries atualmente em circulação: Rochas e Minerais Industriais (SRMI), Tecnologia Mineral (STM), Tecnologia Ambiental (STA), Estudos e Documentos (SED), Gestão e Planejamento Ambiental (SGPA) e Inovação e Qualidade (SIQ). A Série Iniciação Científica consiste numa publicação eletrônica anual.

A lista das publicações poderá ser consultada em nossa homepage. As obras estão disponíveis em texto completo para download. Visite-nos em <http://www.cetem.gov.br/series>.

### Últimos números da Série Tecnologia Mineral

**STM-89-Reagentes depreciosos de carbonatos: uma revisão.** Aline Pereira Leite Nunes e Antônio Eduardo Clark Peres, 2011.

**STM-88-Avaliação da Utilização de Argila Calcificada em Pavimentação Asfáltica.** Roberto Carlos da C. Ribeiro, Julio Cesar G. Correia e Peter Rudolf Seidl, 2007.

**STM-87-Utilização de Rejeitos de Rochas Ornamentais em Misturas Asfálticas.** Roberto Carlos da C. Ribeiro, Julio Cesar G. Correia, Peter Rudolf Seidl, Jorge Barbosa Soares, Salvador Luiz M. de Almeida e Eduardo A. de Carvalho, 2007.

## **INFORMAÇÕES GERAIS**

CETEM – Centro de Tecnologia Mineral  
Avenida Pedro Calmon, 900 – Cidade Universitária  
21941-908 – Rio de Janeiro – RJ

Geral: (21) 3867-7222

Biblioteca: (21) 3865-7218 ou 3865-7233

Telefax: (21) 2260-2837

E-mail: [biblioteca@cetem.gov.br](mailto:biblioteca@cetem.gov.br)

Homepage: <http://www.cetem.gov.br>

## **NOVAS PUBLICAÇÕES**

Se você se interessar por um número maior de exemplares ou outro título de uma das nossas publicações, entre em contato com a nossa biblioteca no endereço acima.

Solicita-se permuta.

We ask for interchange.