

# **CETEM**

**Centro de Tecnologia Mineral  
Ministério da Ciência e Tecnologia**

**Coordenação de Processos Mineraiis – COPM**

## **Reologia no Tratamento de Minérios**

Mario Valente Possa

Christine Rabello Nascimento

**Rio de Janeiro  
Agosto/2010**

**CCL00360010**

**Comunicação Técnica elaborada para o Livro Tratamento de Minérios, 5ª Edição – Capítulo 14 – pág. 597–634.  
Editores: Adão B. da Luz, João Alves Sampaio e  
Silvia Cristina A. França.**

# REOLOGIA NO TRATAMENTO DE MINÉRIOS

**Mario Valente Possa**

Engenheiro de Minas pela UFRGS, Doutor em  
Engenharia Mineral pela USP  
Tecnologista Sênior do CETEM/MCT

**Christine Rabello Nascimento**

Engenheira Química pela UFRJ, Doutora em  
Ciência e Tecnologia de Polímeros pelo IMA-UFRJ  
Pesquisadora do CETEM/MCT



## INTRODUÇÃO

---

O Brasil caracteriza-se por apresentar estruturas geológicas com idades das mais antigas conhecidas, estando seu território situado dentro de uma ampla faixa de clima tropical, propiciando, desta forma, que grande parte dos depósitos de minerais brasileiros viesse a se formar com espessas coberturas intemperizadas, que, por vezes, vieram a se constituir em jazidas. A característica comum na maioria destas jazidas é de apresentar uma grande quantidade de lamas, constituídas principalmente de argilo-minerais ou outros minerais advindos de processos genéticos de alteração, apresentando tamanhos finos, ultrafinos e coloidais.

Minerais úteis com estes tamanhos também são encontrados em volumosos depósitos de rejeitos que estão à espera do desenvolvimento de uma tecnologia capaz de proporcionar o seu beneficiamento de forma econômica. Paralelamente, cada vez mais a sociedade vem pressionando no sentido de minimizar os danos causados por estes depósitos ao meio ambiente, fazendo com que num futuro próximo, venha a tornar-se obrigatório o aproveitamento destes rejeitos ou seu confinamento sem agressão ao meio ambiente.

O beneficiamento de partículas finas vem se constituindo num grande desafio para os tratamentistas de minérios uma vez que, com o decréscimo do tamanho das partículas, começa a diminuir a ação das forças de caráter mecânico sobre as mesmas, passando a tornar significativas as forças referentes aos fenômenos eletrostáticos e aquelas devido à descontinuidade do meio (viscosidade). Neste momento, o estudo da reologia torna-se muito importante para o entendimento do comportamento das partículas numa polpa, razão pela qual se tem verificado nos últimos anos um interesse cada vez maior em diagnosticar os efeitos da viscosidade na fluidodinâmica das polpas, passando-se da fase de observação e constatação à de estudo, buscando na engenharia química uma base teórico/prática mais desenvolvida. Os estudos têm-se aprofundado graças ao grande avanço tecnológico experimentado pelos instrumentos de medição e de análise para partículas até mesmo de tamanhos coloidais.

As polpas de minério podem apresentar um comportamento reológico newtoniano, quando a viscosidade independe da taxa de cisalhamento, ou não-newtoniano, quando ela for dependente. No primeiro caso, a viscosidade medida em qualquer ponto do circuito será a mesma, desde que não tenha sido adicionado algum agente modificador (dispersante ou floculante). Já no segundo caso, a viscosidade estará sendo modificada constantemente dependendo do grau de agitação da polpa.

A reologia da polpa desempenha um papel muito importante nos diversos processos de tratamento de minérios como classificação, moagem, concentração, espessamento, filtração e disposição de polpas de rejeitos, com atuação na velocidade de sedimentação das partículas. Esta dependência é mais acentuada à medida que

diminui o tamanho da partícula. A reologia tem participação também no transporte de polpas ao longo de dutos não só na usina de beneficiamento, como também em minerodutos.

No presente capítulo será apresentado os efeitos da reologia de polpas no tratamento de minérios dando-se ênfase aos processos de cicloneamento e de moagem. São apresentadas as forças que atuam na caracterização da reologia de uma polpa, modelos empíricos para a determinação da viscosidade em fluidos newtonianos e não-newtonianos e tipos de viscosímetros.

## CARACTERIZAÇÃO DA POLPA

---

A reologia da polpa é um assunto que vem despertando um interesse cada vez maior nos pesquisadores que atuam no tratamento de minérios diante do desafio imposto pelas empresas de mineração e pela sociedade em beneficiar minérios onde a presença de partículas finas e ultrafinas é cada vez mais significativa. Pode-se definir reologia como sendo a ciência que estuda a deformação e o escoamento de materiais sob a ação de uma força. O comportamento reológico dos materiais pode apresentar uma variação de resultados desde um fluido viscoso newtoniano à de um sólido elástico, passando por estados intermediários denominados de “viscoelásticos”.

Hunter (1992) e Shaw (1992) salientam que a análise teórica da reologia requer um extensivo arranjo de expressões matemáticas onde não são feitas maiores considerações sobre as causas, ficando restritas, em muitos casos, a tão somente a regiões de comportamento linear da teoria viscoelástica. Para que se possa ter um progresso na solução de problemas práticos, torna-se necessário adotar-se uma abordagem pragmática, buscando compreender o comportamento macroscópico e fazer inferências sobre o que pode estar ocorrendo em escala microscópica, envolvendo características individuais das partículas e da água na polpa, bem como as interações partícula-partícula.

Na caracterização microscópica da reologia de uma polpa Pawlik e Laskowski (1999) consideram importante o balanço de três forças originadas pela: interação hidrodinâmica; forças entre partículas; e difusão browniana. A contribuição específica de cada força depende do tamanho, da distribuição de tamanhos, da forma e da rugosidade das partículas, da percentagem de sólidos e das condições físico-químicas da polpa.

### **Hidrodinâmica**

Na interação hidrodinâmica de um sistema água-partícula, o movimento de uma partícula na água é o resultado de um conjunto de forças que agem em diferentes sentidos tais como: força externa aplicada, força peso, empuxo e a força de resistência oferecida pelo fluido à partícula em movimento. Esta última força depende

principalmente: da velocidade da partícula; da sua forma; da quantidade de turbulência no seio do fluido; e da interação com outras partículas adjacentes ou com as paredes do equipamento que as contém.

O parâmetro empregado para caracterizar a turbulência a que uma partícula em movimento está submetida em um fluido é o número de Reynolds.

O número de Reynolds da partícula, em virtude de seu movimento em um fluido, é dado pela equação:

$$Re_p = \frac{\rho_L v d_i}{\mu} \quad [1]$$

onde:

- $\rho_L$  densidade ou peso específico do fluido ( $t/m^3$ );
- $v$  velocidade relativa partícula-fluido (m/s);
- $d_i$  diâmetro da partícula (m);
- $\mu$  viscosidade absoluta ou dinâmica do fluido (kg/m.s).

Os diferentes tipos de regimes de uma partícula caracterizados pelo número de Reynolds são laminar, turbulento e intermediário.

Não há limites bem definidos para números de Reynolds na caracterização dos tipos de regime. Para partículas esféricas, o regime laminar (Lei de Stokes) pode ser verificado para  $Re_p < 0,1$ , podendo chegar até 2 sob condições controladas; o regime turbulento (Lei de Newton) estaria compreendido na faixa de valores de 500 a  $1.000 < Re_p < 150.000$  e o regime intermediário, de  $0,1 < Re_p < 500$  a 1.000.

Para partículas irregulares torna-se necessário realizar uma correção no número de Reynolds mediante o cálculo do fator de esfericidade da partícula,  $\psi$ , que pode ser calculado pela equação:

$$\psi = \left( \frac{d_v}{d_s} \right)^2 \quad [2]$$

onde:

- $d_v$  diâmetro volumétrico, ou seja, o diâmetro de uma esfera que tenha o mesmo volume da partícula;
- $d_s$  diâmetro de área, ou seja, o diâmetro de uma esfera que tenha a mesma área da partícula.

Considerando uma partícula esférica em queda livre, grande parte dos mecanismos que a governam pode ser descrito pelas Leis de Newton e de Stokes.

Newton concluiu que a força de resistência exercida pelo fluido ao movimento de uma partícula varia com o quadrado da sua velocidade. Essa teoria não é completa, uma vez que leva em consideração apenas o aspecto dinâmico da força de resistência do fluido à partícula, não considerando os aspectos de turbulência e da viscosidade. Por isso, é muito difícil ocorrer uma concordância entre a Lei de Newton e os dados experimentais, razão pela qual foi inserido um coeficiente de correção na equação, denominado de coeficiente de resistência ou arraste,  $C_d$ , para a determinação da força de resistência,  $F_d$ .

A equação geral para a força de resistência,  $F_d$ , é dada por

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho_L v^2 \quad [3]$$

onde:

$F_d$  força de resistência ou arraste ( $\text{kgm/s}^2$ );

$C_d$  coeficiente de resistência ou de arraste, função da forma da partícula e do tipo de regime do fluxo (adimensional);

$A$  área projetada da partícula, normal ao seu movimento ( $\text{m}^2$ ).

A força de resistência ao movimento é constituída por duas componentes: a resistência de forma que é uma força do tipo inercial e a resistência de fricção, do tipo viscoso.

A resistência de forma tem origem na assimetria da distribuição de pressão do fluido sobre a partícula nas suas duas faces opostas, criando uma componente na direção do fluxo, com sentido contrário ao movimento da partícula.

A resistência de fricção é consequência da viscosidade do fluido. No deslocamento (movimento relativo) entre a partícula e o fluido é gerada uma força de cisalhamento na superfície da partícula, resultando também numa componente na direção do fluxo, com sentido contrário ao movimento desta.

No regime turbulento, a viscosidade não apresenta um papel importante na magnitude da força de resistência, predominando portanto a componente de resistência de forma. Por outro lado, no regime laminar a força de resistência passa a ser influenciada pela viscosidade do fluido e neste caso, predomina a componente de resistência de fricção.

No regime intermediário, à medida que aumenta o número de Reynolds da partícula, começa a diminuir gradativamente a participação da resistência de fricção e a aumentar a da resistência de forma.

Na sedimentação, o balanço das forças atuantes na partícula envolverá a força peso no sentido da sedimentação e no sentido contrário, o empuxo e a força de arraste.

Quando a força de resistência ao movimento de sedimentação de uma partícula adquire um valor igual e de sentido oposto à resultante de todas as forças atuantes na mesma, sua aceleração será nula ( $dv/dt = 0$ ) e conferirá à partícula uma velocidade constante denominada velocidade terminal de queda ou sedimentação. Para uma partícula esférica com diâmetro  $d_i$  e volume  $\pi d_i^3/6$ , a sua velocidade terminal,  $v_s$ , será dada pela equação baseada na Lei de Newton:

$$v_s = \sqrt{\frac{4 d_i (\rho_s - \rho_L) g}{3 C_d \rho_L}} \quad [4]$$

onde:

$v_s$  velocidade terminal de sedimentação (m/s);

$\rho_s$  densidade da partícula;

$\rho_L$  densidade do fluido.

Para a resolução dessa equação, torna-se necessário determinar o coeficiente de resistência,  $C_d$ , que está relacionado com o número de Reynolds da partícula,  $Re_p$ .

De acordo com Napier-Munn (1990) e Plitt (1991), para números de Reynolds da partícula maiores que 1.000, regime turbulento,  $C_d$  é praticamente independente do número de Reynolds da partícula e é somente uma função da forma da partícula, com valores em torno de 0,44.

A sedimentação muito lenta ou sob o regime laminar de uma partícula esférica é muito bem expressa pela Lei de Stokes.

Há uma relação linear entre  $C_d$  e  $Re_p$ , onde:

$$C_d = \frac{24}{Re_p} \quad [5]$$

e a força de resistência dada pela equação

$$F_d = 3 \pi d_i \mu v \quad [6]$$

Tem-se então, para a velocidade terminal (queda ou sedimentação) calculada pela Lei de Stokes:

$$v_s = \frac{d_i^2 (\rho_s - \rho_L) g}{18 \mu} \quad [7]$$

Para a região de regime intermediário, envolvendo número de Reynolds da partícula situados entre 0,2 e 1.000, Masliyah (1979) apud Plitt (1991) propôs a seguinte equação para a velocidade terminal:



$$v_s = \frac{d_i^2 (\rho_s - \rho_L) g}{18\mu (1 + 0,15\text{Re}_p^{0,687})} \quad [8]$$

De acordo com Bird *et al.*, (1978) pode-se tomar o valor aproximado de  $C_d$  no regime intermediário, para  $2 < \text{Re}_p < 500$ , como sendo igual a:

$$C_d = \frac{18,5}{\text{Re}_p^{0,6}} \quad [9]$$

Os estudos envolvendo sedimentação em queda livre retratam uma situação teórica ou para polpas com baixas percentagens de sólidos (menores que 3% em volume). A realidade no tratamento de minérios envolve o movimento de partículas em uma polpa de minérios onde à medida que aumenta a quantidade de sólidos, aumentam as colisões entre elas e as suas trajetórias ficam influenciadas pelo movimento das demais e pelo deslocamento da água através dos canais gerados entre as partículas. Tem-se como resultado, uma velocidade terminal de uma dada partícula menor do que aquela observada em queda livre.

As velocidades terminais de partículas numa sedimentação em queda retardada para regimes turbulento e laminar podem ser calculadas, aproximadamente, pelas Leis de Newton e de Stokes (Equações 4 e 7) modificadas, respectivamente,

$$v_s = \sqrt{\frac{4d(\rho_s - \rho_p)g}{3C_d\rho_p}} \quad (\text{Lei de Newton}) \quad [10]$$

$$v_s = \frac{d^2(\rho_s - \rho_p)g}{18\mu} \quad (\text{Lei de Stokes}) \quad [11]$$

onde  $\rho_p$  é a densidade da polpa.

De acordo com Reynolds e Jones (1989), a velocidade terminal de sedimentação de partículas com formas irregulares em um fluido não-newtoniano tem um valor aproximado daquela obtida para partículas esféricas com volume e densidade equivalentes.

### Forças entre Partículas

O papel das forças entre partículas em um meio aquoso pode ser explicado pelas teorias DLVO clássica (de autoria dos cientistas Derjaguin e Landau (russos) e Verwey e Overbeek (holandeses)), apresentada na década de 40 e X-DLVO que é a teoria DLVO estendida, sendo esta, mais recente Lins (1995).

Pela teoria DLVO a energia de interação pode provocar dispersão ou agregação de partículas e tem por origem as forças de Van der Waals e aquelas entre as duplas camadas elétricas.

As forças de Van der Waals atuantes entre duas partículas de mesma natureza, imersas em água, são sempre de atração. Estas forças dependem ainda da distância entre as partículas e são independentes da carga das partículas, do pH do meio e não dependem de forma significativa da concentração de eletrólito na solução. Já a interação entre as duplas camadas elétricas de partículas com a mesma carga superficial provocará a repulsão cuja intensidade é função da distância entre elas, da magnitude da carga ou potencial de superfície, do valor do pH do meio e da natureza e concentração do eletrólito. Entretanto para uma dada carga superficial, independem da natureza da partícula (Lyklema, 1989 apud Lins, 1995).

Pela teoria DLVO, a energia total  $V_T$  (Figura 1) é igual à adição da energia atrativa devida às forças de Van der Waals ( $V_W$ ) com a energia repulsiva decorrente da interação entre as duplas camadas elétricas ( $V_E$ ).

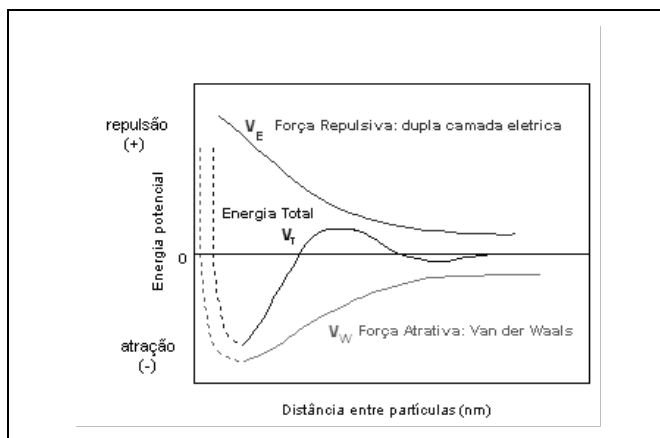


Figura 1 – Energias de interação entre partículas - teoria DLVO (Lins, 1995).

Com o advento de novos equipamentos, que vem proporcionando um maior alcance na observação de fenômenos microscópicos e ainda com a contribuição de simulações matemáticas, tornou possível aos cientistas confirmarem a teoria DLVO apresentada há mais de meio século e mais, levarem em consideração outro tipo importante de energia de interação, denominado forças estruturais Churaev (1991), vindo a constituir a denominada teoria X-DLVO. De acordo com (Lins, 1995), a origem destas forças estruturais ainda não está bem estabelecida. Pashley (1992) propõe uma explicação tendo por base a suposição de que a presença de uma superfície mineral altera a natureza da água na região próxima a sua superfície.

As forças estruturais podem ser repulsivas de hidratação ou atrativas hidrofóbicas. As primeiras são resultantes de mudanças na estrutura da água causadas pela indução de superfícies hidrofílicas hidratadas ou por íons hidratados próximos à superfície das partículas. As segundas devem-se a repulsão das partículas à água, promovendo a sua agregação.

## Difusão Browniana

A difusão browniana está relacionada com a tendência apresentada pelas partículas em migrar de uma região mais concentrada para uma outra, de baixa concentração, sendo uma consequência direta do movimento Browniano, com trajetórias irregulares, em zig-zague, devido a colisões ao acaso com as moléculas do meio de suspensão, com outras partículas ou com as paredes do equipamento. Quanto menores as partículas, mais nítido será o movimento browniano.

## VISCOSIDADE

---

A viscosidade de um fluido pode ser definida como sendo a propriedade que o mesmo apresenta em oferecer uma maior ou menor resistência à deformação, quando sujeito a esforços de escorregamento. O fluido, em tratamento de minérios, é constituído pelo sistema água/minério, ou seja, a polpa.

Isaac Newton realizou um dos primeiros estudos de escoamento de um fluido. Ele considerou um modelo constituído por duas lâminas paralelas, de mesma área,  $A$ , próximas uma da outra, a uma distância,  $y$ , entre as quais existe um fluido. Ao se aplicar uma força tangencial  $F$  sobre a lâmina superior, mantendo fixa a inferior, cada partícula do fluido percorre uma trajetória paralela às lâminas e com velocidade constante. No entanto, a velocidade das diversas partículas varia de  $v$ , junto à lâmina superior, a zero, junto à lâmina inferior. Newton postulou que a força tangencial  $F$  é diretamente proporcional à área  $A$  da lâmina e ao gradiente de velocidade ou taxa de cisalhamento  $dv/dy$ . A relação  $F/A$  é denominada tensão de cisalhamento e a relação tensão de cisalhamento por taxa de cisalhamento é denominada viscosidade absoluta ou dinâmica  $\mu$ .

Assim,

$$\mu = \frac{F/A}{dv/dy} = \frac{\tau}{\gamma} \quad [12]$$

onde:

$\tau$       tensão de cisalhamento (Pa);

$\gamma$       taxa de cisalhamento (1/s).

Um fluido newtoniano caracteriza-se por possuir viscosidade constante, viscosidade absoluta ( $\mu$ ), independentemente da variação da taxa de cisalhamento. É o coeficiente angular da reta, na Figura 2. Num regime laminar, um fluido newtoniano escoar em um tubo como se o fluido fosse constituído por inúmeros cilindros concêntricos com diferentes velocidades, como um telescópio.

Outros fluidos podem apresentar uma viscosidade dependente da taxa de cisalhamento. Estes são denominados fluidos não-newtonianos e podem ser classificados em: pseudoplástico com tensão de escoamento, plástico de Bingham, pseudoplástico e dilatante. Todos estes tipos de escoamento são independentes do tempo de atuação de uma taxa de cisalhamento constante. Há casos, de escoamentos de fluido dependentes do tempo de aplicação de uma taxa de cisalhamento. Eles são classificados como tixotrópicos ou reopéticos.

Os tixotrópicos apresentam uma diminuição da viscosidade aparente com o tempo de atuação de uma taxa de cisalhamento constante até alcançar um equilíbrio. É uma transformação isotermal reversível. Têm-se como exemplos as tintas e muitas argilas, particularmente a bentonita que se "liquefaz" por agitação e se "solidifica" quando em repouso. Já os reopéticos são raros e apresentam um comportamento oposto ao dos tixotrópicos. Há um aumento da viscosidade aparente com o tempo de atuação de uma taxa de cisalhamento constante.

A Figura 2 ilustra os diferentes tipos de comportamento de polpas tendo por base, estudos realizados para fluidos.

Para os fluidos não-newtonianos, a resistência oferecida ao escoamento é medida pela viscosidade aparente ( $\mu_{ap}$ ) cujo valor é o coeficiente angular da reta que passa pela origem e pelo ponto de interesse na curva (tensão por taxa de cisalhamento). Ela corresponde à viscosidade de um fluido newtoniano que exibe a mesma tensão de cisalhamento para uma dada taxa de cisalhamento Darley e Gray (1988).

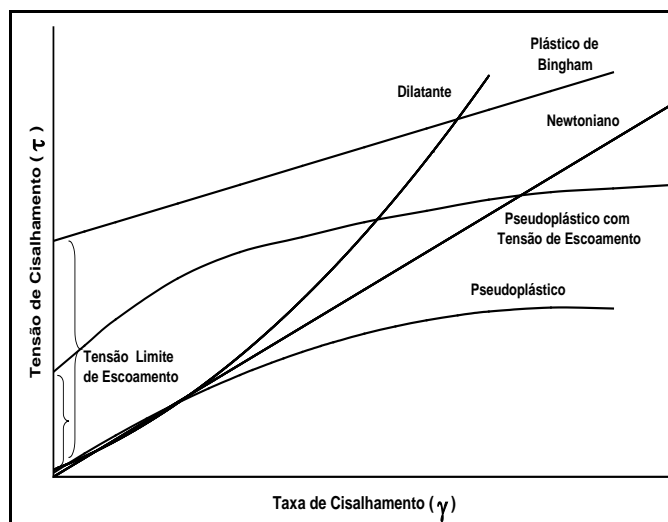


Figura 2 – Tipos de comportamento reológico de polpas (Bakshi e Kawatra, 1996).

Os fluidos denominados plástico de Bingham e pseudoplástico com tensão de escoamento distinguem-se dos outros fluidos por requererem uma tensão inicial, denominada de tensão limite de escoamento (*yield stress*), para que o fluido comece a escoar. De acordo com Chaves (1996), a maioria das polpas em tratamento de minérios apresenta o comportamento de plástico de Bingham.

Nos fluidos pseudoplásticos, a viscosidade aparente diminui com o aumento da taxa de cisalhamento. Este comportamento pode ser encontrado em sistemas coloidais onde as partículas assimétricas, com orientação ao acaso, ficam inicialmente emaranhadas, formando uma rede, dificultando o escoamento. Com o aumento da taxa de cisalhamento esta rede se rompe e o escoamento é facilitado, diminuindo a viscosidade.

Nos fluidos dilatantes, tem-se um aumento da viscosidade aparente com o aumento da taxa de cisalhamento. De acordo com Shaw (1992), este comportamento deve-se ao efeito da dilatação da polpa, com a água sendo suficiente apenas para preencher os vazios. Com o aumento da taxa de cisalhamento é gerada uma instabilidade na polpa fazendo com que as partículas se movam umas em relação às outras, expandindo a polpa. A água sendo insuficiente para preencher os novos vazios gerados dá lugar ao aparecimento de forças de tensão superficial. Pode ser observado também nos fluidos dilatantes, uma tensão limite de escoamento (*yield stress*).

Um cuidado especial deve ser dado à temperatura da polpa, cujo controle pode ser obtido empregando termostatos. Em um estudo realizado por He *et al.*, (2006), a viscosidade aparente de polpas de calcário decresceu quando a temperatura variou de 13°C para 55°C.

A unidade de viscosidade mais utilizada é o mPa.s cuja correspondência com outras unidades também empregadas é:

$$1 \text{ mPa.s} = 1 \text{ cP} = 0,001 \text{ kg/m.s}$$

onde:

mPa.s      miliPascal segundo;

cP          centiPoise;

Kg/m.s     quilograma por metro segundo.

O comportamento não-newtoniano é descrito por equações empíricas que, frequentemente, são modificações da Lei de Newton pois os aspectos teóricos até hoje não foram bem estabelecidos.

Ceylan *et al.*, (1999) apresentaram uma equação para o cálculo do coeficiente de arraste para um fluido não-newtoniano cujo comportamento reológico possa ser descrito pela **Lei de Potência** (maiores detalhes adiante). A referida equação é dada por

$$C_d = \frac{24}{Re_n} X_n \quad [13]$$

onde:

$X_n$  fator de correção para o coeficiente de arraste, tal que  $X_n(n) = X_n$  e  $X_n(1) = 1$ ;

$Re_n$  número de Reynolds modificado.

O número de Reynolds modificado para fluido não-newtoniano é calculado por

$$Re_n = \frac{\rho_L d_i^n v^{(2-n)}}{\kappa} \quad [14]$$

onde:

$\rho_L$  peso específico do fluido ( $t/m^3$ );

$d_i$  diâmetro da partícula esférica (m);

$n$  índice do comportamento do fluido que obedece a Lei de Potência ( $n = 1$  para fluido newtoniano,  $n < 1$  para fluido pseudoplástico e  $n > 1$  para dilatante);

$v$  velocidade relativa fluido/partícula (m/s);

$\kappa$  índice de consistência do fluido.

### Modelos Empíricos

O principal modelo empírico empregado na caracterização do escoamento de um fluido, de acordo com Darley e Gray (1988), é o de **Ostwald de Waele**, baseado na **Lei da Potência**, cuja equação é dada por

$$\tau = \kappa \gamma^n \quad [15]$$

onde:

$\tau$  tensão de cisalhamento (Pa);

$\kappa$  índice de consistência do fluido sendo:

$\kappa = \mu$  para fluido newtoniano;

$\kappa = \mu_{ap} / (\gamma)^{n-1}$  para fluido não-newtoniano ( $\mu_{ap} = \tau / \gamma = \kappa (\gamma)^{n-1}$ );

$\gamma$  taxa de cisalhamento (1/s);

$n$  índice do comportamento do fluido sendo:

$n = 1$  para fluido newtoniano;

$n < 1$  para fluido pseudoplástico;

$n > 1$  para fluido dilatante.

Outros modelos que podem ser empregados são os de **Bingham**, **Casson**, **Herschel-Bulkley** e **Sisko** (Turian *et al.*, 1997 e 1998) cujas equações são dadas, respectivamente, por:

$$\tau = \tau_0 + \eta_p \cdot \dot{\gamma} \quad [16]$$

$$\tau^{1/2} = \tau_0^{1/2} + \mu_{ap}^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2} \quad [17]$$

$$\tau = \tau_0 + K_h \cdot \dot{\gamma}^{n'} \quad [18]$$

$$\tau = \eta_\infty \cdot \dot{\gamma} + m \cdot \dot{\gamma}^n \quad [19]$$

onde:

$\tau_0$  tensão limite de escoamento;

$\eta_p$  viscosidade plástica ou de Bingham;

$K_h$  e  $n'$  parâmetros do modelo Herschel-Bulkley;

$m$  e  $n$  parâmetros do modelo Sisko;

$\eta_\infty$  valor limite que a viscosidade assume em altas taxas de cisalhamento.

Turian *et al.*, (1998) estudaram o comportamento de fluxo de polpas de laterita e gesso e observaram que o melhor ajuste para os dados experimentais de tensão e taxa de cisalhamento, obtidos por reometria capilar e rotacional, foi conseguido com o modelo Sisko. Segundo este autor, o modelo Sisko também descreve adequadamente a dependência entre tensão e taxa de cisalhamento de diversas polpas concentradas de interesse industrial, como as de carvão com várias distribuições de tamanho de partícula, por exemplo, sendo também adequado para uma ampla faixa de taxas, incluindo as taxas usuais aplicadas no processo de bombeamento. A boa aproximação entre os pontos experimentais e a curva teórica, obtida com um determinado modelo, pode se dar apenas numa faixa de taxas de cisalhamento e, portanto, a previsão do comportamento reológico usando este modelo estará restrita nesta faixa. Desta forma, é importante observar se há correspondência entre a faixa de taxa de cisalhamento típica do processo de interesse (bombeamento, moagem etc.) e a faixa na qual o modelo aplicado proporciona um bom ajuste. Turian (1998) utilizou os parâmetros do modelo Sisko para estabelecer correlações entre o fator de atrito e o número de Reynolds, que podem ser aplicadas no projeto de minerodutos de polpas de minério finamente particulado, com velocidade de sedimentação baixa o suficiente para não estratificar sob fluxo.

Um outro aspecto relevante para a aplicação de modelos é o número ou a natureza dos parâmetros a serem determinados. Enquanto que os modelos de Ostwald de Waele, Bingham e Casson possuem apenas dois parâmetros, os modelos de Herschel-Bulkley e Sisko possuem três, aumentando a complexidade dos cálculos.

Turian (1997) relata a necessidade da utilização de um procedimento demorado de tentativa e erro na determinação dos parâmetros do modelo de Herschel-Bulkley, em que valores de  $\tau_0$  são sucessivamente assumidos até a linearização das curvas de  $(\tau - \tau_0)$  versus  $\gamma$ . Após a determinação de  $\tau_0$ , os outros dois parâmetros podem ser determinados. A ambiguidade na determinação dos parâmetros do modelo de Herschel-Bulkley, que pode apresentar valores de parâmetros sem significado físico mas que satisfazem a equação, não ocorre no caso do modelo Sisko já que o valor de  $\eta_\infty$  pode ser obtido de forma independente e inequívoca. Também pode ocorrer que seja necessário, para simplificação dos cálculos, que se utilize um modelo mais simples, mesmo no caso de outro modelo descrever melhor o comportamento de fluxo do material. Este caso pode ser exemplificado com o trabalho de Sofrá e Boger (2002) que, para estabelecer uma relação entre as propriedades reológicas e o ângulo de repouso formado pelos depósitos de lama vermelha (resíduo do processo Bayer) na bacia de rejeitos, aplicaram o modelo de Bingham a despeito do modelo de Herschel-Bulkley proporcionar um melhor ajuste. Ou seja, pode-se optar por reduzir a precisão das estimativas em prol da simplificação dos cálculos do projeto de uma instalação, por exemplo.

Não existe garantia de que os valores de tensão limite de escoamento ( $\tau_0$ ), obtidos pela extrapolação das curvas de fluxo para  $\gamma = 0$  (aplicando-se os modelos de Bingham, Herschel-Bulkley ou Casson) representem de fato esta propriedade, como grandeza física, intrínseca do material e independente da geometria do instrumento de medição (Turian *et al.*, 1997; Liddell & Boger, 1996). Desta forma, diversos autores (Dzuy & Boger, 1985; Hulston *et al.*, 2004; Uhlherr *et al.*, 2004) preferem fazer a medição direta de  $\tau_0$  com a utilização de rotores tipo *vane*, que se adaptam aos reômetros rotacionais. O  $\tau_0$  pode ser determinado como a razão entre o torque máximo e um fator geométrico do rotor, sendo que o teste reológico consiste em aplicar uma velocidade de rotação extremamente baixa (menor que 1rpm) ao elemento sensor imerso na amostra. Considera-se que o material só passa a ter o comportamento de um fluido em valores de tensões de cisalhamento superiores a  $\tau_0$ , daí a denominação tensão limite de escoamento, e que o valor de  $\tau_0$  é proporcional ao número de contatos e a energia total de interação entre as partículas presentes na suspensão (GARCIA *et al.*, 2003). Portanto, é esperado que suspensões diluídas, que não apresentem  $\tau_0$ , passem a apresentá-la a partir de uma dada concentração, na medida em que os pontos de contato entre as partículas comecem a restringir o deslocamento inicial da suspensão.

A tensão limite de escoamento é uma propriedade reológica que tem grande impacto no processo de bombeamento de polpas. A existência de  $\tau_0$  tem relação direta com a estabilidade da suspensão quanto a sedimentação das partículas, tanto que este parâmetro pode ser manipulado (aumentado) visando retardar a sedimentação das partículas no caso de uma parada do bombeamento, evitando entupimentos indesejáveis (Ferreira *et al.*, 2005). Nguyen e Boger (1998) comentam que uma polpa



com elevada tensão limite de escoamento pode ser bombeada por longas distâncias num mineroduto, sem que ocorram problemas de deposição de sólidos na tubulação. Por outro lado, quanto maior for  $\tau_0$ , maior será a sobrecarga para o motor da bomba no início do processo de bombeamento, mesmo se ocorrer a queda da viscosidade com o aumento da taxa de cisalhamento (pseudoplasticidade). Sofrá e Boger (2002) mostraram uma tendência de aumento exponencial de  $\tau_0$  com a concentração para polpas minerais diversas, o que implica na existência de níveis críticos de concentração que, se ultrapassados mesmo por pequenos incrementos, pode até inviabilizar a partida da bomba. Desta forma, o início do bombeamento de um fluido que apresenta  $\tau_0$  é uma operação que requer atenção pois o escoamento só ocorrerá se a pressão gerada pela bomba ocasionar numa taxa de cisalhamento igual ou superior a  $\tau_0$  (Oliveira *et al.*, 2007).

### Tipos de Viscosímetros e Reômetros

Há um grande número de viscosímetros e reômetros comerciais para serem escolhidos de acordo com a sua geometria, as faixas de viscosidades e as taxas de cisalhamento necessárias para o trabalho ou estudo. Os critérios para a escolha devem envolver, principalmente: a natureza do material; se é de baixa ou alta viscosidade; se é elástico ou não; a dependência da temperatura na viscosidade etc. Outra importante consideração é a precisão e exatidão requeridas e se as medidas são para controle de qualidade ou para pesquisa.

A maioria dos viscosímetros disponíveis no mercado, que estão incorporados em ensaios padrão de muitas indústrias, em vez de descrever a viscosidade ou a tensão de cisalhamento abrangendo uma ampla faixa de taxas de cisalhamento, somente produz um único ponto da curva de escoamento, sendo os restantes desconhecidos. Tal procedimento não traz consequências para fluidos newtonianos porque a viscosidade é independente da taxa de cisalhamento mas pode deixar a desejar para fluidos não-newtonianos.

De acordo com Kirk e Othmer (1982), há três tipos básicos de viscosímetros: capilares, rotacionais e de movimento de um corpo.

Os viscosímetros de fluxo capilar são os mais antigos e usados para a medida de viscosidade. A tensão de cisalhamento é fornecida em função da pressão que o fluido é submetido ao fluir através de um tubo capilar. Eles são precisos nas medidas de viscosidades de fluidos newtonianos até valores de 20.000mPa.s. Uma desvantagem deste tipo de viscosímetro é que a velocidade de cisalhamento varia de zero, no centro do capilar, a um valor máximo nas paredes. O viscosímetro de fluxo capilar mais conhecido é o de Ostwald. Há diversas marcas com pequenas variações como os Cannon-Fenske, Ubbelohde, FritzSimons, SIL, Atlantic, Ford, entre outros.

A equação básica para o cálculo de viscosidade em viscosímetros capilares, estabelecida por Hagen-Poiseuille, é dada por Kirk e Othmer (1982):

$$\mu = \frac{\pi r_p^4 \Delta P}{8 Q_v L_p} \quad [20]$$

onde:

- $\mu$  viscosidade;
- $r_p$  raio do capilar;
- $\Delta P$  queda de pressão através do capilar;
- $t$  tempo;
- $Q_v$  vazão volumétrica;
- $L_p$  comprimento do capilar.

A taxa de cisalhamento ( $\gamma_w$ ) e a tensão de cisalhamento ( $\tau_w$ ) nas paredes do capilar podem ser calculadas por

$$\gamma_w = \frac{4 Q_v \pi}{r_p^3} e \quad [21]$$

$$\tau_w = \frac{r_p \Delta P}{2 L_p} \quad [22]$$

onde:

- $\gamma_w$  taxa de cisalhamento na parede do capilar;
- $\tau_w$  tensão de cisalhamento na parede do capilar.

Os viscosímetros rotacionais são constituídos de duas partes básicas separadas pelo fluido que está sendo analisado. As partes podem ser de cilindros concêntricos (copo e rotor), de placas, de cone e placa ou de discos. Uma das partes gira em relação à outra e produz cisalhamento no fluido. A viscosidade é medida em função do torque fornecido para produzir uma determinada velocidade angular ou, uma velocidade angular necessária para produzir um determinado torque. Eles são mais versáteis que os de fluxo capilar e podem ser usados para fluidos não-newtonianos. Um moderno viscosímetro constituído por copo e rotor foi desenvolvido pela Debex, da África do Sul, e permite medir viscosidades da polpa *on line* e está sendo utilizado no JKMRC, na Austrália (Shi e Napier-Munn 1996). As marcas de viscosímetros rotacionais mais conhecidas são: o Brookfield Synchro-Lectric, constituído por um copo e disco, sendo eficientes para baixas taxas de cisalhamento de até 74 1/s, segundo Bakshi e Kawatra (1996), o Fann, com cilindros concêntricos, para baixas e médias taxas de cisalhamento e o Haake Rotovisco, com cilindros concêntricos ou cone e placa, para altas taxas de cisalhamento chegando até 30.000 1/s e podendo medir viscosidades de até 10<sup>9</sup> mPa.s.

De acordo com Ferreira *et al.*, (2005), as principais fontes de erros para este tipo de viscosímetro são o efeito da parte inferior do rotor (*end effect*), o deslizamento das partículas na parede do rotor (*wall effect*) e a migração e sedimentação das partículas durante as medidas.

Para fluidos newtonianos Margules (apud Kirk e Othmer, (1982) apresentou uma equação relacionando viscosidade, medida em viscosímetros com cilindros concêntricos (copo e rotor), com a velocidade angular e o torque aplicado no rotor,

$$\mu = \left( \frac{M}{w_a 4 \pi h_r} \right) \left( \frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_o^2} \right) = \frac{k M}{w_a} \quad [23]$$

onde:

- M torque aplicado no rotor;
- $h_r$  altura do rotor mergulhada no fluido;
- $w_a$  velocidade angular do rotor;
- $r_i$  raio do rotor;
- $r_o$  raio do copo;
- k parâmetro do viscosímetro.

A taxa e a tensão de cisalhamento podem ser obtidas pelas equações,

$$\gamma = \frac{2 w_a r_o^2}{(r_o^2 - r_i^2)} \quad [24]$$

$$\tau = \frac{M}{2 \pi r_i^2 h_r} \quad [25]$$

Para viscosímetros de cone e placa tem-se para fluidos newtonianos,

$$\mu = \frac{3 \theta M}{2 r_n^3} \quad [26]$$

$$\gamma = \frac{M}{\theta} \quad [27]$$

$$\tau = \frac{3 M}{2 \pi r_n^3} \quad [28]$$

onde:

- $r_n$  raio do cone;
- $\theta$  ângulo entre o cone e a placa.

Os viscosímetros de um corpo em movimento baseiam-se no movimento de uma esfera, de bolhas de ar, de disco ou de barra através do fluido a ser medido a viscosidade. Estes viscosímetros são utilizados de forma restrita, sendo mais de interesse acadêmico e destinados a fluidos newtonianos cuja viscosidade é calculada com base na Lei de Stokes. Existem viscosímetros especiais como os da Bendix Ultra-Viscoson, Automation Products Dynatrol e Nametre que utilizam a técnica de vibração ultra-sônica de um corpo. Neste último, de acordo com Bakshi; Kawatra (1996) e Kawatra; Bakshi (1996), o que transmite a vibração é uma esfera e as medidas de viscosidade da polpa podem ser obtidas *on-line*.

He *et al.*, (2004) comentam sobre o uso de diversos tipos de reômetros usados na caracterização reológica de polpas, relatando algumas limitações dos modelos existentes. Em se tratando de polpas com partículas grossas, existe a necessidade de evitar os erros associados à sedimentação das partículas durante a análise. No caso de viscosímetros rotacionais, existem adaptações em que a polpa sofre agitação num vaso e é continuamente bombeada para o copo do viscosímetro (ou reômetro), sendo o excedente eliminado por um dreno. Este procedimento, entretanto, introduz um erro experimental devido ao cisalhamento excedente provocado pela agitação prévia da amostra.

As medidas reológicas feitas em capilar (viscosímetro ou reômetro) requerem cuidados para que sejam evitados ou minimizados os erros relativos aos efeitos de parede e de entrada do capilar. Sofrá e Boger (2002, *apud* Nguyen, 1983) recomendam a utilização de capilares com razão de comprimento/diâmetro (L/D) superior a 60 e que a razão  $D/d_{50}$  (onde  $d_{50}$  é o diâmetro médio das partículas) também seja maior que 60. Para testar se os efeitos de parede e de entrada de capilar são desprezíveis, deve-se comparar os resultados obtidos com dois capilares com mesmo L (D diferentes) e dois capilares com mesmo D (L diferentes). Os resultados devem ser iguais.

## REOLOGIA NO TRATAMENTO DE MINÉRIOS

---

A reologia da polpa desempenha um papel muito importante nos diversos processos de tratamento de minérios como classificação, moagem, concentração, espessamento, filtração e disposição de polpas de rejeitos, com atuação na velocidade de sedimentação das partículas. Esta dependência é mais acentuada à medida que diminui o tamanho da partícula. A reologia tem participação também no transporte de polpas ao longo de dutos não só na usina de beneficiamento, como também em minerodutos.

A influência da reologia não é bem compreendida e, em vista disso, ela é raramente incorporada como uma variável em projetos, análises e otimização. Uma das principais razões é a dificuldade de estudá-la em suspensões instáveis, que ocorrem em

grande parte dos processos de beneficiamento de minérios, aliado ao fato da falta de normas para a medida da viscosidade (Shi e Napier-Munn (1996a)).

Até pouco tempo, quando as frações de partículas finas e ultrafinas eram descartadas dos circuitos de beneficiamento, considerava-se a percentagem de sólidos como a única responsável pela variação da viscosidade na polpa. Com a necessidade de beneficiar partículas finas e ultrafinas intensificaram-se os estudos envolvendo essas frações. Com o auxílio de instrumentos mais modernos de medição de propriedades das partículas, outras variáveis foram creditadas como significativas para a viscosidade da polpa. São elas a distribuição de tamanhos das partículas, o ambiente químico e a temperatura das polpas. A seguir, serão relatados trabalhos recentes alusivos à influência da viscosidade/reologia no tratamento de minérios.

Em um estudo muito interessante, Healy *et al.*, (1993) descreveram o comportamento de polpas de pigmento de dióxido de titânio com diferentes percentagens de sólidos em massa (45, 50 e 55%), a uma mesma taxa de cisalhamento (50 1/s), sob a ação de dispersante (silicato de sódio) em diferentes valores de pH. A maior viscosidade, para as três diferentes percentagens de sólidos, foi alcançada em pH 8,5, sendo decrescentes para valores de pH nas faixas mais ácidas e básicas. Quanto à influência da percentagem de sólidos, como era esperado, as maiores viscosidades foram observadas nas polpas com elevadas percentagem de sólidos.

Segundo Bakshi e Kawatra (1996) somente polpas com baixa percentagem de sólidos 3-5% por volume podem, normalmente, apresentar um comportamento de fluido newtoniano, embora Healy *et al.*, (1993) tenham observado este comportamento com polpas de até 30% de sólidos por volume.

Plitt (1991) investigou a influência do tamanho de partículas na viscosidade de uma polpa. Esta, contendo 100% de material abaixo de 10 $\mu$ m e com 10% de sólidos por volume, equivale a uma polpa contendo 30% de sólidos por volume, mas com 100% do material acima de 10 $\mu$ m, demonstrando ainda o risco de se relacionar exclusivamente viscosidade com percentagem de sólidos da polpa.

Shi e Napier-Munn (1996b) descreveram o comportamento de polpas (minério sulfetado de cobre-chumbo-zinco) com diferentes percentagens de sólidos por volume (15, 30 e 45%) e diferentes concentrações de partículas passante em 38 $\mu$ m (20, 50 e 95%). Os pesquisadores constataram que a reologia das mesmas apresentava três tipos de comportamento: dilatante, pseudoplástico e plástico de Bingham.

Para uma baixa percentagem de sólidos por volume (15%), a polpa comportou-se como um material dilatante. Aumentando a quantidade de finos contidos de 20 para 95% passante em 38 $\mu$ m, o comportamento de material dilatante tornou-se mais pronunciado.

Para uma percentagem de sólidos por volume intermediária (30%) e uma pequena quantidade de finos (20% passante em 38 $\mu$ m), a polpa apresentou características de um material plástico de Bingham. Para uma grande quantidade de finos, ainda permaneceu a tendência do comportamento de material dilatante.

Quando a percentagem de sólidos por volume aumentou para 45% e a quantidade de finos maior que 20%, as polpas apresentaram um comportamento pseudoplástico com tensão de escoamento.

Aumentando ou a percentagem de sólidos por volume ou a quantidade de finos resultou, geralmente, num aumento da tensão de cisalhamento, sendo que o aumento foi mais significativo com o aumento da percentagem de sólidos.

Num trabalho realizado por Kawatra e Eisele (1988) eles constataram o efeito marcante da relação entre a percentagem de sólidos e quantidade de finos com a viscosidade, conforme mostrado na Figura 3. Em ensaios de ciclonação com minério de ferro foram coletadas amostras da alimentação (80% passante em 74 $\mu$ m) e do *overflow* (80% passante em 44 $\mu$ m) com diferentes percentagem de sólidos.

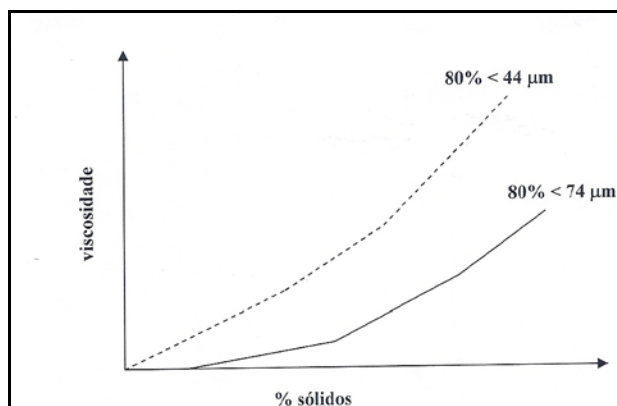


Figura 3 – Relação entre percentagem de sólidos e quantidade de finos com a viscosidade (Kawatra e Eisele, 1988).

A interação da quantidade de finos e percentagem de sólidos não pode ser desconsiderada. Ficou constatado que o efeito da quantidade de finos na tensão de cisalhamento é muito pequeno para pequenas percentagens de sólidos.

Kawatra *et al.*, (1996) realizando estudos com ciclones concluíram que nas polpas que variaram de 19 a 40% de sólidos em massa, a mudança da viscosidade não acarretou um efeito significativo na curva de partição reduzida, embora provocasse uma maior diferença entre os valores de  $d_{50}$  e  $d_{50c}$ .

Por outro lado, Hsieh e Rajamani (1991) constataram que o parâmetro  $\alpha$  (nitidez da separação na partição reduzida) decrescia com o aumento da viscosidade da polpa.

O parâmetro  $\alpha$  da curva de partição reduzida, apresentado por Linch e Rao (1975) no modelamento matemático de ciclones, caracteriza a qualidade da separação. Os valores de  $\alpha$  variam de 1,5 a 3,5. Geralmente o  $\alpha$  independe das dimensões do ciclone e das condições operacionais para uma dada alimentação, assumindo uma similaridade geométrica entre os ciclones de diferentes tamanhos (Lima,1997).

Clifton *et al.*, (2007) relatam que a abrasão intensa da tubulação e o alto consumo energético do processo são problemas típicos no bombeamento da lama vermelha (resíduo do processo Bayer) para a bacia de rejeitos. O bombeamento de polpas mais concentradas acarreta na vantagem da utilização de áreas menores para a deposição mas, por outro lado, o gasto em energia para o bombeamento aumenta em decorrência do aumento da viscosidade aparente da lama. A aplicação de surfatantes na lama vermelha como forma de reduzir sua viscosidade foi o objetivo desse estudo, no qual o composto que apresentou melhor desempenho foi a mistura de ácido láurico com NaOH. A queda da viscosidade, demonstrada pelas curvas de viscosidade *versus* taxa de cisalhamento, ficou mais pronunciada conforme a proporção de soda aumentou. Para decidir sobre a aplicação deste aditivo no processo deve ser avaliado se a economia operacional resultante da queda da viscosidade compensa os gastos com os aditivos e o ácido adicional, necessário para a neutralização da lama.

### Efeitos da Viscosidade em Ciclones

Upadrashta *et al.*, (1987) e Dyakowski *et al.*, (1994) concluíram que aumentando o número de Reynolds (o que diminui a viscosidade), a velocidade tangencial da polpa, próxima ao eixo do ciclone, também aumenta, resultando numa maior proporção de fluido no *overflow*.

Para valores grandes do número de Reynolds e posições no ciclone onde  $r/r_c > 0,6$ , os perfis das velocidades tangencial, radial e vertical são praticamente independentes do valor do número de Reynolds. Já para posições onde  $r/r_c < 0,4$ , em cotas abaixo do *vortex finder*, a pseudoplasticidade influencia os perfis das velocidades (Upadrashta *et al.*, 1987).

Bakshi e Kawatra (1996) apresentaram uma equação relacionando a taxa de cisalhamento com parâmetros operacionais e geométricos do ciclone,

$$\gamma = v \cdot n \cdot v_i \cdot r_c^n \cdot (1/r^{1+n}) \quad [29]$$

onde:

$v$  parâmetro = 0,45;

$n$  parâmetro = 0,80;

$v_i$  velocidade no *inlet* (cm/s);

$r_c$  raio do ciclone (cm);

$r$  distância radial a partir do eixo de simetria (cm).

A velocidade de alimentação da polpa,  $v_i$ , ao atingir a seção cilíndrica do ciclone, sofre uma redução num valor  $\upsilon$  e transforma-se na velocidade tangencial  $v_t$ . A relação entre estas duas velocidades é dada por

$$v_t/v_i = \upsilon. \quad [30]$$

O parâmetro  $n$  está relacionado com a velocidade tangencial da polpa no interior de um ciclone. À medida que aumenta a distância radial  $r$  ao longo do raio, a velocidade tangencial cresce até atingir um valor máximo. A partir de então, ela começa a decrescer em direção às paredes do ciclone. A velocidade tangencial está relacionada com uma dada distância radial a partir do eixo do ciclone, pela equação:

$$v_t r^n = \text{constante}. \quad [31]$$

Os valores dos parâmetros  $\upsilon$  e  $n$  são determinados experimentalmente, que, para condições normais de operação, são atribuídos os valores de 0,45 e 0,80, respectivamente (Heiskanen, 1993).

No trabalho de Dyakowski *et al.*, (1994), utilizando um ciclone de 44 mm de diâmetro para polpas com diferentes viscosidades, modificadas pela adição de CMC (carboximetilcelulose) nas concentrações de 0,3; 1,0 e 3,0%, eles observaram que em altas viscosidades, ocorria uma redução na rotação do fluido à medida que se aproximava do apex. Isso foi também observado por outros pesquisadores, segundo Dyakowski *et al.*, (1994), inclusive com a ausência do núcleo de ar, indicando que a velocidade tangencial diminuiu mais significativamente em fluidos com altas viscosidades do que naqueles com viscosidades mais baixas.

Em geral, a magnitude das velocidades aumenta com o decréscimo da viscosidade, o que era esperado. Uma segunda observação é que as diferenças são maiores, próximas ao apex que ao teto. Isso mostra que o alcance da rotação do fluido no fundo do ciclone (longe do *inlet*) é influenciada pela viscosidade do fluido, ao contrário do que acontece no teto, onde a velocidade tangencial é função da velocidade no *inlet*.

A dependência da queda de pressão de alimentação da polpa é muito mais significativa para um fluido pseudoplástico do que para um fluido newtoniano.

Outras observações importantes sobre o efeito da viscosidade foram destacadas por Dyakowski *et al.*, (1994) e Asomah; Napier-Munn (1997). Eles constataram que há um decréscimo de pressão com o aumento da viscosidade aparente e nas regiões com altas taxas de cisalhamento encontra-se uma maior concentração de partículas. Um aumento da viscosidade acarreta um aumento da partição de água no *underflow* e um aumento do  $d_{50}$  e nos fluidos não-newtonianos estudados foram encontrados envelopes de velocidade vertical zero (EVVZ) similares aos de fluidos newtonianos.



Com os resultados obtidos nas medidas das velocidades num *Laser Doppler Velocímetro* (LDV), em ensaios com ciclone de vidro com 75 mm de diâmetro, utilizando três tipos de fluido: somente água (viscosidade 1 cP); água+glicerina, na proporção 1:1 (viscosidade 10 cP) e água com calcário com 10,47% sólidos em massa (viscosidade 1,13 cP), Hsieh e Rajamani (1991) observaram que o curto circuito é mais pronunciado numa posição do ciclone a 270° do *inlet* e constataram ainda, que ele aumenta com o aumento da viscosidade do fluido.

Uma outra consideração que merece destaque diz respeito à viscosidade da polpa nos modelos matemáticos. Alguns avaliam seus efeitos de forma indireta, por meio da percentagem de sólidos. Tal procedimento poderá levar a erros significativos, uma vez que a viscosidade da polpa não depende somente da percentagem de sólidos. Este efeito da viscosidade, em muitos casos, poderá perder seu significado físico por estar oculto nos parâmetros  $k$  dos modelos, após terem sido estimadas por procedimentos matemáticos. Num modelo matemático de Afuma, citado em Asomah e Napier-Munn (1997), a viscosidade é incorporada por meio do termo número de Reynolds que por sua vez é função da viscosidade. Este procedimento só é válido para polpas com comportamento newtoniano, pois a viscosidade da polpa, em qualquer ponto de seu percurso, será constante. Por outro lado, se ela apresentar um comportamento não-newtoniano, no interior do ciclone, por exemplo, onde são verificadas altas taxas de cisalhamento, a classificação ocorrerá numa condição em que a viscosidade será diferente daquela medida em um outro ponto do circuito.

Para levar em conta esta característica, Possa (2000) empregou uma metodologia em que a viscosidade de uma polpa de rocha fosfática com comportamento não-newtoniano é estudada numa ampla faixa de taxas de cisalhamento. Para que seja incorporada à variável viscosidade aparente, no estudo de beneficiamento de polpas não-newtonianas, tornou-se necessário determiná-la no lugar geométrico do equipamento onde ocorre o processo, uma vez que a intensidade dos esforços de cisalhamento que a polpa está sendo submetida é que irá determinar o valor da viscosidade aparente em questão. Possa (2000) considerou que o lugar geométrico onde ocorre o processo de separação no interior de um ciclone é o do envelope de velocidades verticais zero (EVVZ), onde se situa o  $d_{50}$ . Esta viscosidade particular foi denominada de viscosidade de separação  $\mu_{50c}$ . De acordo com Pereira (1997), a viscosidade de separação  $\mu_{50c}$ , que é pela autora denominada de viscosidade efetiva, é o elo entre os fluidos com comportamentos newtonianos e não-newtonianos. Ainda de acordo com Possa (2000), foi demonstrado que é possível obter-se com uma polpa de 35% sólidos, previamente dispersa com reagente químico até alcançar uma viscosidade mais baixa,  $d_{50c}$  tão finos quanto aqueles obtidos com uma mesma polpa, mas com 15% sólidos.

### Aplicação de Modelo Ostwald de Waele na Ciclonagem

Com uma amostra de rocha fosfática representativa da alimentação do circuito de deslamagem dos finos naturais da Fertilizantes Serrana S.A. (1996), e que apresenta uma distribuição de tamanhos apresentada na Tabela 1, a seguir, foram preparadas cinco tipos de polpa, sendo duas delas modificadas com a adição de dispersante para diminuir a viscosidade da polpa com 35% sólidos natural, conforme mostrado na Tabela 2. A viscosidade inicial de cada tipo de polpa foi medida com o viscosímetro Brookfield, modelo RV, com a velocidade do disco em 100rpm.

Tabela 1 – Distribuição de tamanhos da amostra de finos de rocha fosfática estudada.

Tamanho ( $\mu\text{m}$ )	Massa Passante (%)	Massa Retida (%)
35,56	93,5	6,5
26,20	88,9	4,6
19,31	83,9	5,0
14,22	78,9	5,0
10,48	74,1	4,8
7,72	69,4	4,7
5,69	64,8	4,6
4,19	60,5	4,3
3,09	56,5	4,0
2,28	52,9	3,6
1,68	49,4	3,5
1,24	45,9	3,5
0,91	43,1	2,8
0,67	39,6	3,5
0,49	32,5	7,1
- 0,49		32,5

Tabela 2 – Características das polpas utilizadas nos ensaios.

% Sólidos Média		Estado	Visc. Brookfield	Varição Temp.	Modificador Viscosidade
Massa	Vol.		mPa.s	$^{\circ}\text{C}$	(massa/t fof.seco)
14,9	4,9	natural	23-34	30-24	-
24,8	8,8	natural	108-140	36-26	-
36,8	14,5	natural	232-240	32-26	-
35,1	13,6	dispersa	112-130	34-27	Polysal A (946g/t)
33,2	12,7	dispersa	20-24	33-28	Polysal A (2,6kg/t)

Com cada tipo de polpa utilizado nos ensaios foi realizado um estudo para caracterizar o seu comportamento reológico. Este estudo foi desenvolvido em um reômetro HAAKE Rotovisco (modelo RS 100, sensor DG 41, DIN 53018), tipo rotacional - cilindros concêntricos) com variação de taxa de cisalhamento de até 4.000 1/s. Com esses valores obtidos mais com aqueles de tensão de cisalhamento foi caracterizado o tipo de comportamento reológico e estabelecida a equação do modelo de Ostwald de Waele (Lei de Potência), com auxílio do programa de ajuste de curvas para cada tipo de polpa.

Os resultados obtidos no estudo de reologia realizado com o reômetro HAAKE RS 100, com os diferentes tipos de polpas utilizados nos ensaios de ciclonagem, estão apresentados nas Figuras 4 (a) e (b) e Anexos 1,2 e 3.

Na Tabela 3 são apresentados os resultados encontrados para o modelo de Ostwald de Waele [Equação 16] com os respectivos valores de  $R^2$  (coeficiente de determinação, [equação 32]), obtidos nos ajustes, para os diferentes tipos de polpas estudados (Tabela 2).

O coeficiente de determinação ou  $R^2$  é a razão entre a variância dos resíduos (diferença entre os valores das variáveis dependente e independente) e a variância total da variável dependente. Assim, por exemplo, se o valor observado é a variável dependente e o valor previsto, a variável independente,  $R^2$  pode ser calculado pela equação:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum(\text{obs} - \text{prev.})^2}{\sum(\text{obs})^2 - \frac{(\sum\text{obs})^2}{n}} \quad [32]$$

onde n é o número de valores da variável dependente.

Tabela 3 – Equação do modelo Ostwald de Waele para as polpas estudadas.

% Sólidos	Estado	Visc.	Modelo $\tau = \kappa \gamma^n$	$R^2$
15	natural	baixa	$\tau = 0,0267 (\gamma)^{0,6733}$	0,9929
25	natural	média	$\tau = 0,1718 (\gamma)^{0,5306}$	0,9782
35	natural	alta	$\tau = 1,4949 (\gamma)^{0,3568}$	0,9534
35	dispersa	média	$\tau = 0,3288 (\gamma)^{0,4658}$	0,9547
35	dispersa	baixa	$\tau = 0,0087 (\gamma)^{0,8085}$	0,9989

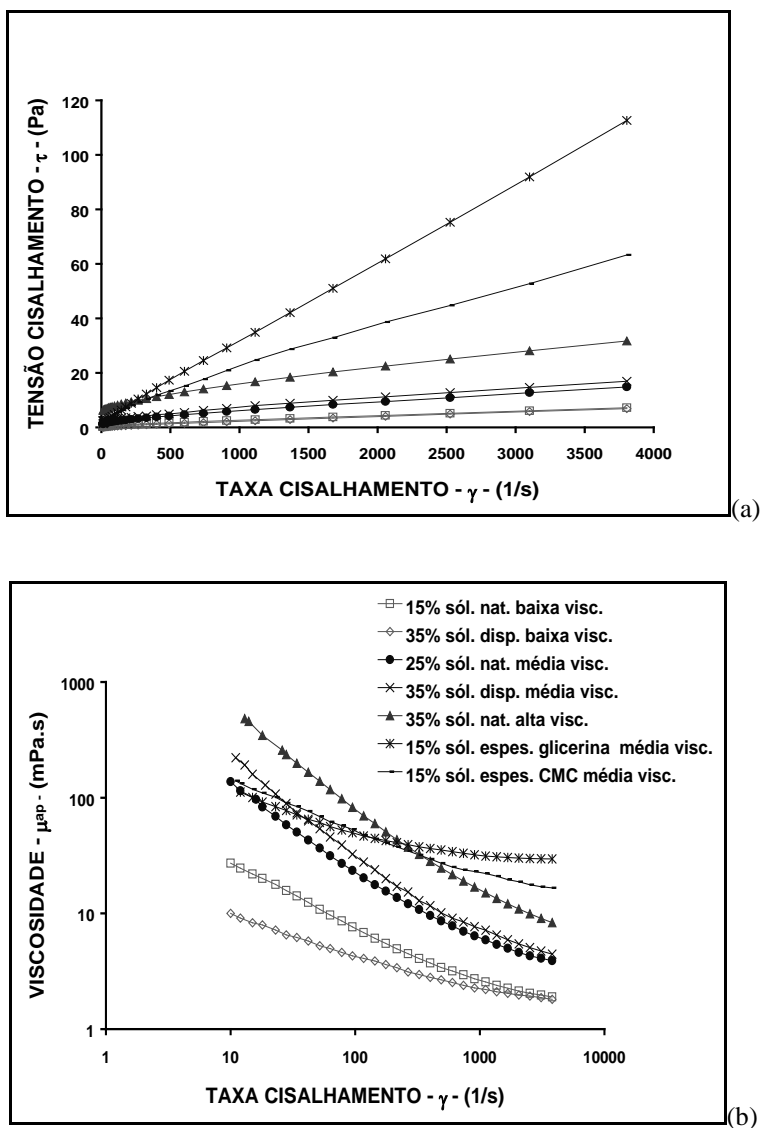


Figura 4 – Resultados do estudo de reologia das polpas: (a) relação entre taxa e tensão de cisalhamento; (b) relação entre taxa de cisalhamento e viscosidade de polpa (Possa,2000).

Pelos resultados mostrados na Figura 4 e Tabela 3 observa-se que todas as polpas apresentaram um comportamento reológico pseudoplástico, destacando-se a polpa com 35% sólidos em estado natural que apresentou a maior plasticidade, devido ao menor valor do índice n. Desta forma, para cada tipo de polpa submetida aos ensaios de ciclonação, a viscosidade aparente foi função da taxa de cisalhamento  $\gamma$ .

Os resultados foram muito bem ajustados pelo modelo de Ostwald de Waele, apresentando uma pequena dispersão entre os valores observados e aqueles previstos pelo modelo, conforme demonstrado pelos coeficientes de determinação  $R^2$  onde todos são maiores que 0,95.

### **Viscosidade na Moagem**

O consumo de energia no processo de moagem na indústria mineral é muito significativo uma vez que em média, atinge cerca de 25% do total requerido para o processamento global da usina e somente menos de 5% dessa energia é efetivamente destinada à geração de novas superfícies (Kawatra e Eisele, 1988). Otimizar o processo de moagem, portanto, está diretamente relacionado com a otimização do consumo de energia. Dentro deste espírito, Klimpel (1982,1983), no início da década de 80 estudou com detalhes os efeitos da reologia da polpa na moagem. Ele propôs correlações empíricas para as taxas de moagem, tendo por base os resultados obtidos em ensaios realizados sob várias condições, em escalas de laboratório e industrial. A maioria das polpas de carvão e de minério que contém uma percentagem de sólidos por volume menor que 40-45%, uma distribuição normal de tamanhos e uma viscosidade baixa, apresenta um comportamento reológico do tipo dilatante. Sob essas condições, a taxa de quebra é de primeira ordem. Em muitos casos, aumentando a viscosidade da polpa pelo aumento da percentagem de sólidos ou da quantidade de finos ou ainda, controlando a distribuição de tamanhos, a polpa pode revelar um comportamento pseudoplástico e, se não apresentar uma tensão limite de escoamento (*yield stress*), as taxas de quebra ainda mantêm-se como sendo de primeira ordem, mas seus valores são maiores que aqueles obtidos com uma polpa com comportamento dilatante. Essa é uma das condições que proporciona uma maior eficiência de moagem. Aumentando ainda mais a viscosidade da polpa (percentagem de sólidos, quantidade de finos ou controle da distribuição de tamanhos), ela pode passar a exibir valores mais significativos de tensões limites de escoamento e as taxas de quebra devido a isso, deixam de ser de primeira ordem e seus valores decrescem consideravelmente. Para contornar esse problema, Klimpel (1982,1983) sugeriu a adição de reagentes químicos para mudar o comportamento reológico da polpa. A adição de dispersantes, por exemplo, pode diminuir a tensão limite de escoamento e aumentar a sua fluidez. O dispersante adequado é função do tipo de minério ou material que está sendo moído. As dosagens de dispersantes normalmente são pequenas, menos que 0,1% em peso.

No trabalho mais recente de Ssi e Napier-Munn (1996), com base em grande número de dados industriais, foram confirmados os resultados e melhor compreendidas as observações de Klimpel (1982,1983), sobre os efeitos da reologia das polpas no processo de moagem. Foram consideradas, como parâmetros, a variação da viscosidade (independentemente de outras variáveis), da densidade, da quantidade de partículas finas e da vazão de alimentação no moinho para polpas com comportamento reológico

dilatante, pseudoplástico e newtoniano. Constataram que aumentando a vazão de alimentação sempre reduzirá a taxa de moagem (relação entre a geração de novas superfícies produzidas para as condições consideradas); aumentando a viscosidade, geralmente aumenta a taxa de moagem, exceto para polpas dilatantes com uma grande tensão limite de escoamento; aumentando a quantidade de finos, aumenta a taxa de moagem para polpas com comportamento pseudoplástico e diminui, para polpas dilatantes e newtonianas. Shi e Napier-Munn (1996) concluíram que se o objetivo de um trabalho for o de otimizar o processo de moagem, primeiro torna-se necessário compreender a reologia da polpa. Também, parece que alguns fenômenos inesperados e intuitivos da prática industrial podem ser atribuídos à reologia da polpa.

Fuerstenau *et al.*, (1990) estudaram o efeito de dispersantes (tipo polímeros) na viscosidade de polpas densas na moagem a úmido com bolas. Eles concluíram que as polpas com percentagens de sólidos relativamente baixas (segundo os autores, menos de 40% de sólidos por volume), suas viscosidades aparentes são mais ou menos independentes da distribuição de tamanhos de partículas ou adição de qualquer dispersante. Para maiores percentagens de sólidos, a reologia da polpa suporta uma mudança qualitativa, que é refletida no aumento significativo da viscosidade aparente. Além de uma certa percentagem de sólidos, a viscosidade aumenta repentinamente e as taxas de moagem decrescem. Esta entrada de sólidos é alcançada progressivamente com valores baixos, quando o tamanho médio de partícula torna-se mais fino, devido à presença de uma maior quantidade de finos gerados durante a moagem. A adição de dispersantes poliméricos pode desagregar os flóculos, e como consequência, a polpa pode suportar mais 7% de sólidos antes de atingir um limite crítico.

Atesok *et al.*, (2005) estudaram o efeito da adição de dispersante iônico (poliestireno sulfonato de sódio) na moagem de carvões e concluíram que aumentou em cerca de 20% a geração de finos para o carvão de maior *rank* e de até 32% para o carvão de menor *rank* (linhito).

Hartley *et al.*, (1978) estudaram o ganho de rendimento na moagem a partir da adição de reagentes. Esse ganho foi expresso pelo fator de taxa de moagem (igual a relação entre as novas superfícies produzidas com a adição de reagente por novas superfícies produzidas sem a adição de reagente). Na Tabela 4, a seguir, são apresentados os ganhos de rendimento obtidos com alguns tipos de aditivos adicionados na moagem de minérios e materiais.

O fator taxa de moagem é calculado por:

$$F_m = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\sum_{i=1}^n Mi_1/dm}{\sum_{i=1}^n Mi_2/dm} \quad [33]$$

onde:

$F_m$  fator taxa de moagem;

$S_1$  e  $S_2$  superfície total de duas distribuições de tamanhos;

$M_{i1}$  e  $M_{i2}$  massa retida em um intervalo de tamanhos de duas distribuições;

$d_m$  tamanho médio de um intervalo de tamanhos.

Tabela 4 – Ganhos de rendimento obtidos com alguns aditivos usados na moagem.

<b>Aditivo</b>	<b>Minério/Material</b>	<b>Fator Taxa de Moagem*</b>
água	mármore	1,6
água	clínquer	1,3
isopentanol	quartzo	1,29
isopentanol	Pó de ferro	20,1
acetona	clínquer	1,37
amina (Flotigan)	quartzito	2,2
amina (Flotigan)	calcáreo	1,7
ácido oleico	calcáreo	1,1
oleato de sódio	quartzo	2,0
oleato de sódio	calcáreo	2,0
estearato de sódio	clínquer	1,2
ácido naftênico	clínquer	1,33
naftenato de sódio	quartzito	1,40
sulfonaftenato de sódio	quartzito	1,80
acetato de anila	quartzo	1,23
carbonato de sódio	calcáreo	2,0
dióxido de carbono	quartzito	1,55
polimetáfosfato de sódio (Calgon)	minério chumbo e zinco	1,65

\* Relação entre novas superfícies produzidas com aditivo/ novas superfícies produzidas sem aditivo.

Na literatura técnica, há uma grande quantidade de trabalhos realizados em escala de laboratório que demonstram um aumento nas taxas de moagem, quando são usados aditivos. No entanto, quando são realizados em escala industrial, geralmente os resultados não se reproduzem.

As forças hidrodinâmicas na polpa podem ocultar os efeitos causados na moagem pela adição de reagentes. Incrementos de melhorias no desempenho da moagem produzidos pelos aditivos químicos podem ser absorvidos pelos efeitos das contínuas mudanças na alimentação do moinho. Até mesmo com alimentações constantes, a moagem em circuito fechado frequentemente é dinamicamente instável. A percentagem de sólidos num moinho muda constantemente. Devido a tais flutuações, um aditivo de moagem que seja potencialmente eficiente pode dar a impressão de não produzir efeito esperado.

Um aditivo de moagem pode ter, basicamente, dois tipos de atuação: reduzindo o consumo de energia, kWh/t, ou mudando a forma de quebra das partículas e com isso aumentando sua liberação. Como resultado, espera-se que um aditivo de moagem irá aumentar a produção sem aumentar a quantidade de finos ou gerar um produto mais fino para uma mesma produção. A meta de maximizar a recuperação de mineral útil, a um menor custo, é função do balanço entre essas duas situações.

Deve ser lembrado também que se de alguma forma a adição de reagentes químicos pode resultar em uma otimização do processo de moagem, em muitos casos, esses mesmos reagentes podem ser prejudiciais aos processos subsequentes, constantes do circuito, como por exemplo, a flotação.



## SÍMBOLOS E UNIDADES

As unidades podem ser apresentadas como múltiplo ou submúltiplo.

A =	área projetada da partícula (m <sup>2</sup> ).	M =	Torque aplicado ao rotor.
C <sub>d</sub> =	coeficiente de resistência ou arraste.	M <sub>i</sub> =	massa retida em um intervalo de tamanhos.
d <sub>i</sub> =	tamanho ou diâmetro da partícula (μm).	n =	expoente de equações. Para a lei de potência é o índice de comportamento do fluido.
d <sub>50</sub> =	tamanho ou diâmetro mediano da partição real (μm).	P =	pressão (psi ou kPa).
d <sub>50c</sub> =	tamanho ou diâmetro mediano da partição corrigida (μm).	ΔP =	diferença de pressão.
dm =	tamanho médio de um intervalo de tamanhos.	Q <sub>v</sub> =	vazão volumétrica de polpa (L/min).
d <sub>s</sub> =	diâmetro de uma esfera com área equivalente (μm).	r =	distância radial a partir do eixo do ciclone (cm).
dv =	diâmetro de uma esfera com volume equivalente (μm).	r <sub>c</sub> =	raio do cilone (cm).
F =	força tangencial (kgm/s <sup>2</sup> ).	r <sub>i</sub> =	raio do rotor do viscosímetro.
F <sub>d</sub> =	força de resistência ou arraste (kgm/s <sup>2</sup> ).	r <sub>o</sub> =	raio do copo do viscosímetro.
F <sub>m</sub> =	fator taxa de moagem.	r <sub>p</sub> =	raio do capilar.
g =	aceleração da gravidade (m/s <sup>2</sup> )	Re <sub>p</sub> =	número de Reynolds da partícula (adimensional).
h <sub>r</sub> =	altura do rotor mergulhada no fluido.	Re <sub>n</sub> =	número de Reynolds modificado (adimensional).
k <sub>0</sub> .k <sub>n</sub> =	parâmetros de equações de modelos.	R <sup>2</sup> =	coeficiente de determinação.
L <sub>p</sub> =	comprimento do capilar.	S <sub>i</sub> =	superfície total de uma distribuição de tamanhos.
v =	velocidade relativa partícula/fluido (m/s).	v <sub>s</sub> <sup>*</sup> =	termo de correção da sedimentação em queda impedida.
v <sub>i</sub> =	velocidade no <i>inlet</i> (m/s).	v <sub>t</sub> =	velocidade tangencial (m/s).
v <sub>r</sub> =	velocidade radial (m/s).	v <sub>v</sub> =	velocidade vertical ou axial (m/s).
v <sub>s</sub> =	Velocidade terminal da partícula (m/s).	w <sub>a</sub> =	velocidade angular (rad/s).
		X <sub>n</sub> =	fator de correção do coeficiente de arraste

## Letras Gregas

$\alpha$ =	parâmetro de nitidez da separação.	$\rho_a$ =	densidade ou peso específico da água ( $t/m^3$ ).
$\gamma$ =	taxa de cisalhamento (1/s).	$\rho_L$ =	densidade ou peso específico do líquido ( $t/m^3$ ).
$\gamma_w$ =	taxa de cisalhamento nas paredes do capilar.	$\rho_s$ =	densidade ou peso específico do sólido ( $t/m^3$ ).
$k$ =	índice de consistência do fluido.	$\rho_p$ =	densidade ou peso específico da polpa ( $t/m^3$ ).
$\mu$ =	viscosidade absoluta (kg/m.s ou mPa.s).	$\tau$ =	tensão de cisalhamento (Pa).
$\mu_a$ =	viscosidade da água (kg/m.s ou mPa.s).	$\tau_0$ =	tensão limite de escoamento (Pa).
$\mu_{ap}$ =	viscosidade aparente (kg/m.s ou mPa.s).	$\tau_w$ =	tensão de cisalhamento nas paredes do capilar.
$\mu_{50c}$ =	viscosidade de separação (kg/m.s ou mPa.s).	$v$ =	parâmetro de redução de velocidade de polpa.
$\theta$ =	ângulo entre o cone e a placa do viscosímetro.	$\psi$ =	fator de esfericidade.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1) ASOMAH, A.K.; NAPIER-MUNN, T.J. (1997) An empirical model of hydrocyclones, incorporating angle of cyclone inclination. Minerals Engineering, vol. 10, nº 3, p. 339-43.
- 2) ATESOK, G.; OZER, M.; BOYLU, F.; DINCER, H. (2005) The effect of anionic dispersants on grindability of different rank coals. International Journal of Mineral Processing, vol. 77, nº 4, p. 199-207.
- 3) BAKSHI, A.K.; KAWATRA, S.K. (1996) Rapid determination of non-Newtonian flow behaviour in mineral suspensions. Minerals and Metallurgical Processing, vol. 13, nº 4, p. 165-9, November.
- 4) BIRD, R.B.; STEWART, W.E.; LIGHTFOOT, E.N. (1978) Transporte de interfase en sistemas isotérmicos. In: Fenómenos de transporte. Editorial Reverté S.A., Cap. 6. (várias paginações).
- 5) CEYLAN, K.; HERDEM, T.; ABBASOV, T (1999) A theoretical model of drag force in the flow of non-newtonian fluids around spherical solid particles. Powder Technology. vol. 103, p. 286-91.

- 6) CHAVES, A.P. (1996) Teoria e Prática do Tratamento de Minérios. Editora Signus, vol. 1, 235p.
- 7) CHURAEV, N.V. (1991) Surface forces and their role in mineral processing. In: XVII International Mineral Processing Congress, Dresden, vol.2, p. 1-15.
- 8) CLIFTON, M.; NGUYEN, T.; FROST, R. (2007) Effect of ionic surfactants on bauxite residues suspensions viscosity. Journal of Colloid and Interface Science, vol. 307, p. 572–577
- 9) DARLEY, H.C.H.; GRAY, G.R. (1988) Rheology of drilling fluids. In: Composition and Properties of Drilling and Completion Fluids, fifth edition, Gulf Publishing Company, chapter 5, p. 184-281.
- 10) DYAKOWSKI, T.; HORNUNG, G.; WILLIAMS, R.A. (1994) Simulation of non-newtonian flow in a hydrocyclone. Transaction of the Institution of Chemical Engineers, vol. 72, part A, p. 513-20.
- 11) DZUY, N.Q.; BOGER, D. V.(1985) Direct Yield Stress Measurement with the Vane Method. Journal of Rheology, vol. 29, p. 335-347.
- 12) Fertilizantes SERRANA S.A. - Complexo Industrial ARAFÉRTIL (1996) Dados obtidos em visita técnica à usina de beneficiamento, Araxá, Minas Gerais.
- 13) FERREIRA, E.E.; BRANDÃO, P.R.G.; KLEIN, B.; PERES, A.E.C. (2005) Reologia de suspensões minerais: uma revisão. Revista Escola de Minas, vol. 58, n° 1.
- 14) FUERSTENAU, D.W.; KAPUR, P.C.; VELAMAKANNI, B. (1990) A multi-torque model for the effects of dispersants and slurry viscosity on ball milling. International Journal of Mineral Processing, vol. 28, p. 81-98.
- 15) GARCIA, F.; LE BOLAY, N.; FRANCÊS, C. (2003) Rheological behaviour and related granulometric properties of dense aggregated suspensions during an ultrafine comminution process. Powder Technology, vol. 130, p. 407-414.
- 16) HARTLEY, J.N.; PRISBREY, K.A.; WICK, O.J. (1978) Chemical additives for ore grinding: How effective are they? Engineering and Mining Journal, vol. 179, n° 10, p. 105-11.
- 17) HE, M.; WANG, Y.; FORSSBERG, E. (2006) Parameter studies on the rheology of limestone slurries. International Journal of Mineral Processing, vol. 78, n° 2, p. 63-77.
- 18) HE, M.; WANG, Y.; FORSSBERG, E. (2004) Slurry rheology in wet ultrafine grinding of industrial minerals: a review. Powder Technology, vol. 147; p. 94–112.

- 19) HEALY, T. W.; BOGER, D. V.; WHITE, L. R.; SCALES, P. J. (1993) Particulate fluids - a key concept in advanced mineral processing. In: XVIII International Mineral Processing Congress, Sydney, Australia, p. 47-55, May.
- 20) HEISKANEN, K.G.H. (1993) Particle classification. Powder Technology Series, Brian Scarlet ed., várias paginações, 321 p.
- 21) HSIEH, K.T.; RAJAMANI, K. (1991) Mathematical model of hydrocyclone based on physics of fluid flow. American Institute of Chemical Engineers Journal, vol. 37, n° 5, p. 735-46.
- 22) HULSTON, J.; DE KRETSEER, R.G.; SCALES, P.J. (2004) Effect of temperature on the dewaterability of hematite suspensions. Int. J. Miner. Process., vol. 73, p. 269– 279
- 23) HUNTER, R.J. (1992) Rheology of colloidal dispersions. In: Foundations of colloid science, Clarendon Press-Oxford, v. II, chapter 18, p. 993-1057.
- 24) KAWATRA, S.K.; BAKSHI, A.K.; RUSESKY, M.T. (1996) The effect of viscosity on the cut ( $d_{50}$ ) size of hydrocyclone classifiers. Minerals Engineering, vol. 9, n° 8, p. 881-91.
- 25) KAWATRA, S.K.; BAKSHI, A.K. (1996) On-line measurement of viscosity and determination of flow types for mineral suspensions. International Journal of Mineral Processing, vol. 47, n° 3-4, p. 275-83.
- 26) KAWATRA, S.K.; EISELE, T.C. (1988) Rheological effects in grinding circuits. International Journal of Mineral Processing, vol. 22, p. 251-9.
- 27) KIRK, R. E.; OTHMER, D.F. (1982) Refractories to silk. In: Encyclopedia of chemical technology, vol. 20, third edition, John Wiley & Sons, p. 259-319.
- 28) KLIMPEL, R.R. (1982) Slurry rheology influence on the performance of mineral/coal grinding circuits. Mining Engineering, December, p. 1665-8.
- 29) KLIMPEL, R.R. (1983) Slurry rheology influence on the performance of mineral/coal grinding circuits - part 2. Mining Engineering, January, p. 21-6.
- 30) LIDDELL, P.V.; BOGER, D.V. (1996) Yield stress measurements with the vane. J. Non-Newtonian Fluid Mech., vol.63, p. 235-261.
- 31) LIMA, J.R.B. (1997) Estudo da modelagem matemática da microciclonação, Tese de Livre Docência, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, EPUSP, 162 p.
- 32) LINS, F.A.F. (1995) Uma metodologia para o cálculo da constante de Hamaker de minerais e aplicação da teoria X-DLVO à agregação e flotação de talco, Tese de Doutorado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, 123 p.

- 33) LYKLEMA, J. (1989) The colloidal background of flocculation and dewatering. In: MOUDGIL, B.; SCHEINER, J. eds. *Flocculation and Dewatering*, Eng. Foundation, New York, p. 1-20.
- 34) LYNCH, A.J.; RAO, T.C. (1975) Modelling and scale-up of hydrocyclone classifiers. In: XI International Mineral Processing Congress, paper 9, Calgari, Italy.
- 35) MASLIYAH, J.H. (1979) Hindered settling in multi-species particle system. *Chemical Engineering Science*, vol. 34, p. 1166.
- 36) NAPIER-MUNN, T.J. (1990) The effect of dense medium viscosity on separation efficiency. *Coal Preparation*, vol. 8, p. 145-65.
- 37) NGUYEN, Q.D. (1983) Rheology of concentrated bauxite residue, Ph.D. Thesis, University of Melbourne, Melbourne.
- 38) NGUYEN, Q.D.; BOGER, D.V. (1998) Application of rheology to solving tailings disposal problems. *Int. J. Miner. Process.*, vol. 54, p. 217-233.
- 39) OLIVEIRA, G.M.; ROCHA, L.L.V.; FRANCO, A.T.; NEGRÃO, C.O.R.; MARTINS, A.L. (2007) Reinício da circulação de fluidos de perfuração gelificados. 4º PDPETRO; Campinas, SP; 21-24 de Outubro de 2007; p. 2.2.0113-1- 1/10.
- 40) PASHLEY, R.M. (1992) Interparticulate forces. In: LASKOWSKI, J.S.; RALSTRON, J. eds., *Colloid Chemistry in Mineral Processing*, chapter 3, p. 97-114.
- 41) PAWLIK, M.; LASKOWSKI, J.S. (1999) Evaluation of flocculants and dispersants through rheological tests. In: *Polymers in Mineral Processing*. 38 th Annual Conference of Metallurgists of CIM, Quebec, Canada, p. 541-55, August.
- 42) PEREIRA, C.M.S. (1997) Separação sólido-fluido não-newtoniano em hidrociclone, 126 p., Tese de Doutorado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro.
- 43) PLITT, L.R. (1991) A mathematical model of the gravity classifier. In: XVII th International Mineral Processing Congress, Dresden, vol. 1, p. 123-35.
- 44) POSSA, M.V. (2000) Efeitos da viscosidade no processo de deslamagem com microciclones em polpa não-Newtoniana de rocha fosfática, Tese de Doutorado, EPUSP, São Paulo, 154 p.
- 45) REYNOLDS, P.A.; JONES, T.E.R. (1989) An experimental study of the settling velocities of single particules in non-newtonian fluids. *International Journal of Mineral Processing*, vol. 25, n° 1-2, p. 47-77.
- 46) SHAW, D.J. (1992) Rheology. In: *Introduction to Colloid and Surface Chemistry*, Butterworths-Heinemann Ltd, fourth edition, chapter 9, p. 244-61.

- 47) SHI, F.N.; NAPIER-MUNN, T.J. (1996a) Measuring the rheology of slurries using an on-line viscometer. *International Journal of Mineral Processing*, vol. 47, n° 3-4, p. 153-76.
- 48) SHI, F. N.; NAPIER-MUNN, T.J. (1996b) A model for slurry rheology. *International Journal of Mineral Processing*, vol. 47, n° 1-2, p. 103-23.
- 49) SOFRÁ, F; BOGER, F.D. (2002) Environmental rheology for waste minimisation in the minerals industry. *Chemical Engineering Journal*, vol.86 , p. 319-330.
- 50) TURIAN, R.M.; MA, T.-W; HSU, F.-L.G.; SUNG, D.-J. (1997) Characterization, settling, and rheology of concentrated fine particulate mineral slurries. *Powder Technology*, vol. 93, p. 219-233.
- 51) TURIAN, R.M.; MA, T.-W; HSU, F.-L.G.; SUNG, D.-J. (1998) Flow of concentrated non-Newtonian slurries: 1. Friction losses in laminar, turbulent and transition flow through straight pipe. *Int. J. Multiphase Flow*, vol.24, n° 2, p. 225-242.
- 52) UHLHERR, P.H.T.; GUO, J.; TIUA, C.; ZHANG, X.-M.; ZHOU, J.Z.-Q.; FANG, T.-N. (2005) The shear-induced solid–liquid transition in yield stress materials with chemically different structures. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* vol.125, p. 101-119.
- 53) UPADRASHTA, K.R.; KETCHAM, V.J.; MILLER, D.J. (1987) Tangential velocity profile for pseudoplastic power-law fluids in the hydrocyclone - a theoretical derivation. *International Journal of Mineral Processing*, vol. 20, p. 309-18.

**ANEXO 1**  
**Reômetro HAAKE RS100**  
**REOLOGIA DAS POLPAS**

15% SOL. NAT. BAIXA VISC.			25% SOL. NAT. MEDIA VISC.		
TAXA	TENSAO	VISC.	TAXA	TENSAO	VISC.
1/s	Pa	mPa.s	1/s	Pa	mPa.s
3805	7,22	1,90	3805	14,83	3,90
3101	6,10	1,97	3101	12,71	4,10
2526	5,15	2,04	2526	10,86	4,30
2057	4,38	2,13	2058	9,46	4,60
1677	3,79	2,26	1677	8,38	5,00
1366	3,26	2,39	1366	7,37	5,40
1114	2,84	2,56	1113	6,56	5,90
907	2,46	2,72	907	5,80	6,40
739	2,18	2,95	739	5,17	7,00
602	1,91	3,18	602	4,69	7,80
490	1,67	3,41	490	4,21	8,60
400	1,49	3,73	400	3,84	9,60
326	1,32	4,07	326	3,52	10,80
266	1,19	4,49	266	3,21	12,10
216	1,06	4,94	216	2,95	13,70
176	0,96	5,50	176	2,74	15,60
144	0,87	6,10	144	2,54	17,70
117	0,79	6,82	117	2,37	20,30
95	0,72	7,64	95	2,23	23,50
78	0,67	8,61	78	2,10	27,00
63	0,60	9,67	63	1,98	31,50
52	0,56	10,84	52	1,90	36,70
42	0,52	12,44	42	1,80	43,00
34	0,48	14,13	34	1,71	50,40
28	0,44	15,78	28	1,63	58,30
23	0,40	17,79	23	1,58	69,10
18	0,36	20,03	18	1,49	83,00
15	0,35	21,91	16	1,54	96,70
12	0,29	24,59	12	1,37	114,70
10	0,27	27,18	10	1,37	137,50

Tensão =  $a (Taxa)^n$

a = 0,02674  
n = 0,67326

Tensão =  $a (Taxa)^n$

a = 0,171769  
n = 0,530622

**ANEXO 2**  
**Reômetro HAAKE RS100**  
**REOLOGIA DAS POLPAS**

35% SOL. NAT. ALTA VISC.			35% SOL. DISP. MEDIA VISC.		
TAXA	TENSAO	VISC.	TAXA	TENSAO	VISC.
1/s	Pa	mPa.s	1/s	Pa	mPa.s
3805	31,69	8,33	3805	16,93	4,45
3101	28,09	9,06	3101	14,67	4,73
2526	25,05	9,92	2526	12,78	5,06
2058	22,49	10,93	2058	11,24	5,46
1677	20,32	12,12	1677	9,94	5,93
1366	18,40	13,47	1366	8,88	6,50
1113	16,75	15,05	1113	7,98	7,17
907	15,34	16,92	907	6,97	7,68
739	14,10	19,08	739	6,24	8,44
602	13,02	21,63	602	5,47	9,08
490	12,07	24,64	490	4,95	10,11
400	11,26	28,17	400	4,67	11,67
326	10,55	32,37	326	4,20	12,87
266	9,94	37,40	266	4,07	15,31
216	9,37	43,42	216	3,70	17,11
176	8,93	50,77	176	3,52	20,02
144	8,60	59,75	144	3,44	23,87
117	8,14	69,63	117	3,25	27,79
95	7,83	82,50	95	3,09	32,48
78	7,63	97,87	78	3,05	39,08
63	7,40	117,60	63	2,88	45,74
52	7,21	138,70	52	2,80	53,91
42	6,97	165,90	42	2,65	63,07
34	6,76	198,70	34	2,51	73,94
28	6,62	236,30	28	2,50	89,19
26	6,70	257,70	23	2,47	107,47
18	6,24	346,50	19	2,44	128,45
14	6,39	456,70	15	2,40	159,67
13	6,28	483,00	13	2,49	191,89
			11	2,44	221,53

$$\text{Tensão} = a (\text{Taxa})^n$$

$$a = 1,49486$$

$$n = 0,35682$$

$$\text{Tensão} = a (\text{Taxa})^n$$

$$a = 0,328849$$

$$n = 0,46579$$



**ANEXO 3**  
**Reômetro HAAKE RS100**  
**REOLOGIA DA POLPA**

<b>35% SOL. DISP. BAIXA VISC.</b>		
<b>TAXA</b>	<b>TENSAO</b>	<b>VISC.</b>
<b>1/s</b>	<b>Pa</b>	<b>mPa.s</b>
3805	6,89	1,81
3101	5,80	1,87
2526	4,88	1,93
2058	4,05	1,97
1677	3,42	2,04
1366	2,87	2,10
1113	2,45	2,20
907	2,06	2,27
739	1,77	2,39
602	1,52	2,53
490	1,31	2,67
400	1,12	2,80
326	0,96	2,96
266	0,83	3,12
216	0,73	3,40
176	0,64	3,62
144	0,56	3,88
117	0,48	4,08
95	0,41	4,30
78	0,36	4,60
63	0,31	4,97
52	0,27	5,25
42	0,24	5,77
34	0,21	6,20
28	0,18	6,53
23	0,17	7,18
18	0,14	7,95
15	0,12	8,30
12	0,11	9,12
10	0,10	10,00

$$\text{Tensão} = a (\text{Taxa})^n$$

a = 0,00866  
n = 0,80851